



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat

Escuela de
Matemática

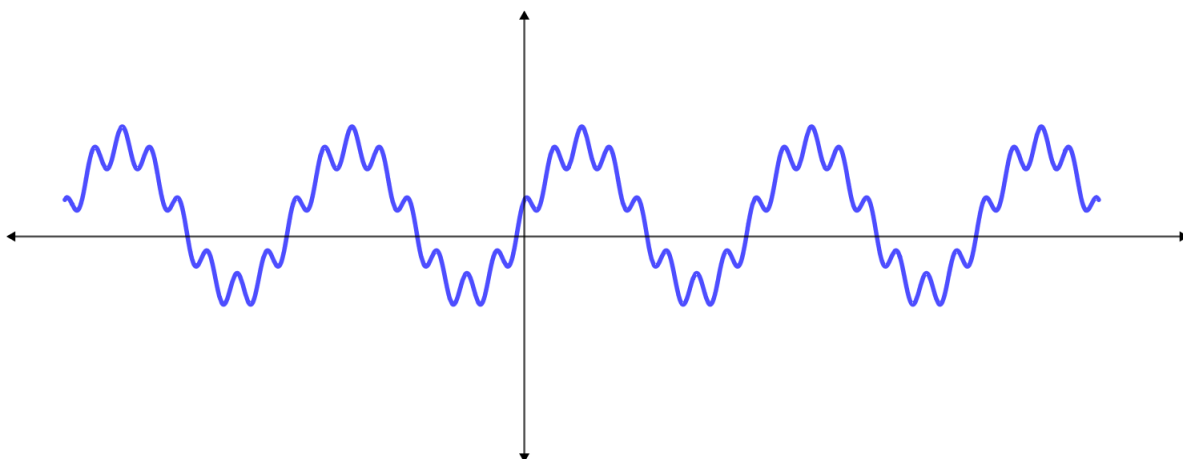


MATEM

Matemática Para la Enseñanza Media

Precálculo

IV Examen Parcial 2024



Nombre: _____

Colegio: _____

Fórmula: 1

Sábado 26 de octubre

Indicaciones

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de 2 horas y 30 minutos.
2. Lea cuidadosamente cada instrucción y cada pregunta antes de contestar.
3. Este examen consta de una única parte de selección única (34 puntos).
4. La parte de selección única debe ser contestada en la **hoja de respuestas** que se le dará para tal efecto. Fírmela en el espacio correspondiente utilizando bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
5. En la **hoja de respuestas** usted deberá rellenar con **lápiz** la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa, en forma correcta y verdadera, la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja de respuestas.
6. No se permite el uso de calculadora científica o programable. La calculadora que puede utilizar es la que contiene únicamente las operaciones básicas.
7. Las ecuaciones, a menos que se indique lo contrario, deben resolverse en el conjunto $[0, 2\pi]$.
8. Trabaje con calma. Le deseamos el mayor de los éxitos.

Selección única y complete

1. ¿A cuántos grados equivale $\frac{26\pi}{3}$ radianes?

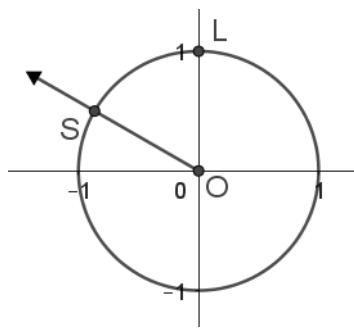
A) 1440°

B) 1560°

C) 1620°

D) 4680°

2. La siguiente imagen representa la circunferencia trigonométrica de centro O . Si $m\angle SOL = 60^\circ$, ¿cuál de los siguientes números reales se puede asociar con S ?



A) $\frac{\pi}{6}$

B) $\frac{11\pi}{6}$

C) $\frac{-\pi}{6}$

D) $\frac{-19\pi}{6}$

3. El punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real $\frac{17\pi}{4}$ se ubica en el cuadrante
- A) I
 - B) II
 - C) III
 - D) IV
4. Si (p, q) son las coordenadas de un punto del cuarto cuadrante de la circunferencia trigonométrica, con certeza se cumple que
- A) $p \cdot q > 0$
 - B) $p \cdot q < 0$
 - C) $p + q = 1$
 - D) $p = 0$
5. Un ángulo α en posición estándar mide $\frac{\pi}{3}$. ¿Cuál de las siguientes medidas corresponde a un **ángulo coterminal** con el ángulo α ?
- A) $\frac{-13\pi}{3}$
 - B) $\frac{-14\pi}{3}$
 - C) $\frac{-16\pi}{3}$
 - D) $\frac{-17\pi}{3}$

6. El valor de $\csc\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ corresponde a
- A) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$
 - B) $\frac{-2\sqrt{3}}{3}$
 - C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
7. Si al número real β le corresponde, en la misma circunferencia trigonométrica, el punto de coordenadas $\left(\frac{4}{5}, \frac{-3}{5}\right)$, entonces $\sec(\beta)$ es igual a
- A) $\frac{-5}{3}$
 - B) $\frac{-5}{4}$
 - C) $\frac{5}{3}$
 - D) $\frac{5}{4}$
8. Si (m, n) son las coordenadas del punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real $\frac{-\pi}{4}$, entonces el valor de $2m \div n$ es igual a
- A) -2
 - B) -1
 - C) 1
 - D) 2

9. Las coordenadas del punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real -2024π corresponde a

A) $(0, -1)$

B) $(0, 1)$

C) $(1, 0)$

D) $(-1, 0)$

10. Si el punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real θ , pertenece a la recta $y = 2x$, entonces $\cot \theta$ es igual a

A) $\frac{-1}{2}$

B) -2

C) $\frac{1}{2}$

D) 2

11. Si $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ y $\cos \alpha = \frac{2}{3}$, entonces el valor de $\sin \alpha$ es igual a

A) $\frac{-\sqrt{5}}{3}$

B) $\frac{-\sqrt{3}}{5}$

C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

12. La expresión $\frac{(\csc x + 1)^2}{\cot^2 x}$ es equivalente a

A) 1

B) -1

C) $\frac{\csc x + 1}{\csc x - 1}$

D) $\frac{\csc x - 1}{\csc x + 1}$

13. La expresión $\csc x - \cos^2 x \cdot \csc x$ es equivalente a

A) $\sin x$

B) $\cos x$

C) $\csc^2 x$

D) $\sin x \cdot \csc x$

14. La expresión $\frac{\cos(2\pi - x)}{\sin x}$ es equivalente a

A) $\cot x$

B) $\tan x$

C) $\sin x$

D) $\cos x$

15. La expresión $-\sin(2x) - (\cos x - \sin x)^2$ es equivalente a

- A) 1
- B) -1
- C) $\sin^2 x$
- D) $\sin(2x)$

16. La expresión $\frac{\csc x}{\cot x} \cdot \sec^2 x$ es equivalente a

- A) $\sec^3 x$
- B) $\cos^2 x$
- C) $\frac{\sin x}{\cos^4 x}$
- D) $\frac{1}{\cos x}$

17. La expresión $\sin\left(x - \frac{7\pi}{6}\right)$ es equivalente a

- A) $\frac{-\sin x + \sqrt{3}\cos x}{2}$
- B) $\frac{\sin x - \sqrt{3}\cos x}{2}$
- C) $\frac{-\sqrt{3}\sin x + \cos x}{2}$
- D) $\frac{\sqrt{3}\sin x - \cos x}{2}$

18. La expresión $\frac{1}{1 - \operatorname{sen} x} + \frac{1}{1 + \operatorname{sen} x}$ es equivalente a

A) 1

B) $\tan^2 x$

C) $2 \sec^2 x$

D) $\frac{2}{(1 - \operatorname{sen} x)^2}$

19. La expresión $\frac{\cos^2(x) - \operatorname{sen}^2(x)}{\operatorname{sen}(2x)}$ es equivalente a

A) $\frac{1 - \operatorname{sen} x}{\cos x}$

B) $\frac{\cos x - \operatorname{sen} x}{2}$

C) $\cot(2x)$

D) $-\csc(2x)$

20. La expresión $\cos\left(\frac{11\pi}{6} + 5x\right)$ es equivalente a

A) $\frac{\sqrt{3} \cos 5x + \operatorname{sen} 5x}{2}$

B) $\frac{\sqrt{3} \cos 5x - \operatorname{sen} 5x}{2}$

C) $\frac{\cos 5x + \sqrt{3} \operatorname{sen} 5x}{2}$

D) $\frac{\cos 5x - \sqrt{3} \operatorname{sen} 5x}{2}$

21. Considere la función $h : \left[\frac{3\pi}{5}, 2\pi \right] \rightarrow \mathbb{R}$ con criterio $h(x) = \sin x$.

¿Cuántas veces interseca la gráfica de h al eje x ?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

22. Considere la función $g : [-2\pi, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ con criterio $g(x) = \sin x$. ¿En cuál de los siguientes conjuntos se cumple que $g(x) \geq 0$?

A) $\left] -\frac{3\pi}{2}, -\pi \right[$

B) $\left[\frac{-3\pi}{2}, \frac{-\pi}{2} \right]$

C) $[-\pi, 0]$

D) $\left] -\frac{\pi}{2}, 0 \right[$

23. Considere la función f definida en $[0, 2\pi] - \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$, codominio $\mathbb{R}$ y con criterio $f(x) = \sec x$. ¿En cuál de los siguientes conjuntos f es decreciente y cóncava hacia arriba?

A) $\left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$

B) $\left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$

C) $\left] \pi, \frac{3\pi}{2} \right[$

D) $\left] \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right[$

24. Considere la función $j : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ con criterio $j(x) = \cos x$. ¿En cuál de los siguientes conjuntos se cumple que j es cóncava hacia abajo?

A) $]0, \frac{\pi}{4}[$

B) $] \frac{\pi}{2}, \pi[$

C) $] \pi, \frac{3\pi}{2}[$

D) $] \frac{3\pi}{5}, \frac{7\pi}{5}[$

25. Considere la función m definida en su dominio máximo y codominio $\mathbb{R}$ con criterio $m(x) = \cos x$ ¿Cuál es el valor de $m\left(\frac{11\pi}{6}\right)$?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{-1}{2}$

D) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

26. Considere la función $p :]0, \frac{3\pi}{2}[- \{\pi\} \rightarrow \mathbb{R}$ con criterio $p(x) = \csc x$ ¿Cuántas veces interseca la gráfica de p a la recta de ecuación $y = -\pi$?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

27. Considere la función $k : \left] 0, \frac{3\pi}{2} \right] - \{\pi\} \rightarrow \mathbb{R}$ con criterio $k(x) = \cot x$
¿En cuáles de los siguientes puntos se cumple que k interseca al eje x ?

- A) $\left(\frac{\pi}{8}, 0\right)$ y $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$
- B) $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ y $\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$
- C) $\left(\frac{3\pi}{8}, 0\right)$ y $\left(\frac{7\pi}{4}, 0\right)$
- D) $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ y $\left(\frac{5\pi}{4}, 0\right)$

28. Considere la función $r :]-2\pi, 0[- \left\{ \frac{-3\pi}{2}, \frac{-\pi}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$ con criterio $r(x) = \tan x$ ¿Cuál de las siguientes proposiciones es, con certeza, verdadera?

- A) $r(0) = 0$
- B) $r\left(\frac{-\pi}{4}\right) < -1$
- C) $r(-3) > 0$
- D) $r\left(\frac{-3\pi}{4}\right) < 1$

29. Considere la función g definida en $]0, 2\pi[-\{\pi\}$, codominio $\mathbb{R}$ y con criterio $g(x) = \csc x$. ¿En cuál de los siguientes conjuntos g es creciente y cóncava hacia abajo?

A) $]0, \frac{\pi}{2}[$

B) $] \frac{\pi}{2}, \pi[$

C) $] \pi, \frac{3\pi}{2}[$

D) $] \frac{3\pi}{2}, 2\pi[$

30. Considere la función t definida en su dominio máximo, codominio $\mathbb{R}$ y con criterio $t(x) = \arccos x$. ¿En cuál de los siguientes conjuntos t es cóncava hacia arriba?

A) $] -1, 0[$

B) $] 0, 1[$

C) $] 0, \frac{\pi}{2}[$

D) $] \frac{\pi}{2}, \pi[$

31. En $[0, 2\pi[$, el conjunto solución de $4 \operatorname{sen} x - \sqrt{3} = 2 \operatorname{sen} x$ es igual a

A) $\left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \right\}$

B) $\left\{ \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right\}$

C) $\left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\}$

D) $\left\{ \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\}$

32. En $]0, 2\pi[$, ¿cuántos elementos tiene el conjunto solución de $\cos^2 x - \frac{3}{4} = 0$?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

33. Dos soluciones de la ecuación $(\tan x - 1) \cdot \cos x = 0$ corresponden a

A) $\frac{\pi}{4}$ y $\frac{\pi}{2}$

B) $\frac{\pi}{4}$ y $\frac{5\pi}{4}$

C) $\frac{5\pi}{4}$ y $\frac{\pi}{2}$

D) 0 y π

34. En $[0, 2\pi[$, el conjunto solución de $-\cos^2 x - 2 \operatorname{sen} x - 2 = 0$ es igual a

A) $\{0\}$

B) $\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

C) $\left\{\frac{3\pi}{2}\right\}$

D) $\emptyset$

Fin del examen



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

Proyecto MATEM-Precálculo IV Examen Parcial 2024- Respuestas

Sábado 26 de octubre

I parte: Selección única

1. B	10. C	19. C	28. C
2. D	11. A	20. A	29. C
3. A	12. C	21. C	30. A
4. B	13. A	22. A	31. A
5. D	14. A	23. D	32. D
6. B	15. B	24. A	33. B
7. D	16. A	25. A	34. C
8. A	17. C	26. B	
9. C	18. C	27. B	

Nota: Los puntos concernientes a los ítems 22 y 28 fueron otorgados a todo el estudiantado.