



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

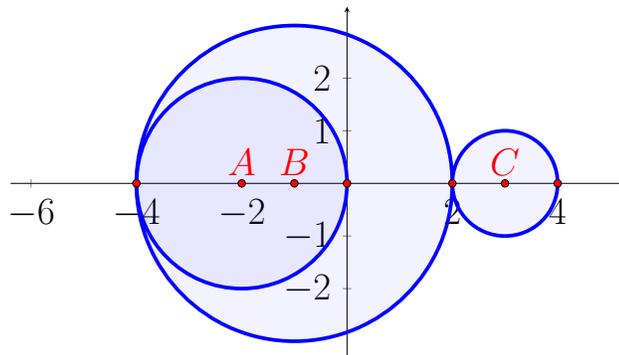


MATEM

Matemática Para la Enseñanza Media

Precálculo

II Examen Parcial 2024



Nombre: _____

Colegio: _____

Código: _____

Fórmula: 1

Sábado 22 de junio

Instrucciones

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de 2 horas y 30 minutos.
2. Lea cuidadosamente cada instrucción y cada pregunta antes de contestar.
3. Este examen consta de una única parte de selección única (40 puntos).
4. La parte de selección única debe ser contestada en la **hoja de respuestas** que se le dará para tal efecto. Fírmela en el espacio correspondiente utilizando bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
5. En la **hoja de respuestas** usted deberá rellenar con **lápiz** la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja de respuestas.
6. Trabaje con el mayor orden y aseo posible.
7. No se permite el uso de calculadora científica o programable. La calculadora que puede utilizar es la que contiene únicamente las operaciones básicas.
8. Las ecuaciones, a menos que se indique lo contrario, deben resolverse en el conjunto de los números reales.
9. Trabaje con calma. Le deseamos el mayor de los éxitos.

Selección única

1. La ecuación de la recta que contiene los puntos de coordenadas $(4, -3)$ y $(1, 2)$ corresponde a

A) $y = \frac{-5}{3}x - \frac{11}{3}$

B) $y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$

C) $y = \frac{11 - 5x}{3}$

D) $y = \frac{x + 5}{3}$

2. Si la recta l_1 pasa por los puntos $(-3k, 5k - 1)$ y $(3, 9)$, entonces el valor de k para que l_1 sea paralela al eje x corresponde a

A) 2

B) -2

C) 1

D) -1

3. Si la recta l_2 tiene ecuación $x = \frac{7 - y}{2}$, entonces la intersección de l_2 con el eje x corresponde a

A) $(7, 0)$

B) $(-7, 0)$

C) $\left(\frac{7}{2}, 0\right)$

D) $\left(-\frac{7}{2}, 0\right)$

4. Considere la recta l_3 que pasa por el punto $\left(0, \frac{1}{3}\right)$ y es perpendicular a la recta con ecuación $6x - 4y = -2$. La ecuación de la recta l_3 corresponde a
- A) $2y - 3x - 5 = 0$
 - B) $6y - 9x - 2 = 0$
 - C) $3y + 2x - 4 = 0$
 - D) $3y + 2x - 1 = 0$
5. El punto de intersección entre las rectas con ecuaciones $y = \frac{3-x}{2}$ y $5 - 2y = 3x$ corresponde al punto de coordenadas
- A) $(-1, 2)$
 - B) $(3, 0)$
 - C) $\left(0, \frac{-3}{2}\right)$
 - D) $(1, 1)$
6. Considere la recta l_4 con ecuación $y = 2 + 3kx - 9x$, con $k \in \mathbb{R}$. Para que l_4 sea una recta estrictamente creciente, un posible valor de k corresponde a
- A) $\frac{-13}{2}$
 - B) $\frac{-1}{3}$
 - C) $\frac{1}{7}$
 - D) $\frac{17}{5}$

7. Considere la parábola con ecuación $y = 7 - x^2$ y analice las siguientes proposiciones:

I. La parábola es cóncava hacia arriba.

II. El eje de simetría corresponde a la recta $x = 7$.

¿Cuál o cuáles de las proposiciones anteriores son, con certeza, **verdaderas**?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

8. Considere la parábola con ecuación $y = -2(x - 5)^2 + 4$ y analice las siguientes proposiciones:

I. La parábola interseca el eje y en el punto $(0, 4)$.

II. El vértice de la parábola tiene coordenadas $(-5, 4)$.

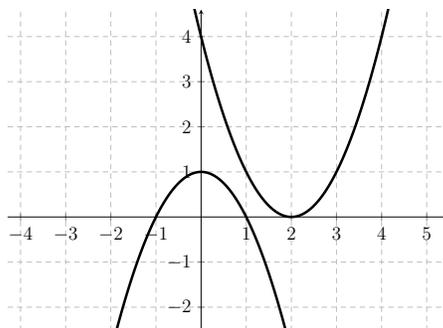
¿Cuál o cuáles de las proposiciones anteriores son, con certeza, **verdaderas**?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

9. La parábola con ecuación $y = -x^2 + 4x - 1$ tiene por rango al conjunto

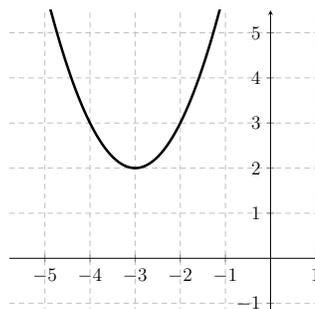
- A) $] -\infty, 2]$
- B) $[2, +\infty[$
- C) $] -\infty, 3]$
- D) $[3, +\infty[$

10. En la figura se presentan dos parábolas cuyas ecuaciones son $y = (x - a)^2$ y $y = b - x^2$.



Con certeza, el valor de $4a - 3b$ es igual a

- A) 5
 - B) 4
 - C) -6
 - D) -12
11. En la figura se aprecia una parábola que únicamente presenta traslaciones con respecto a la gráfica de $y = x^2$.



¿Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde a la gráfica de dicha parábola?

- A) $y = x^2 + 6x + 11$
- B) $y = x^2 - 6x + 10$
- C) $y = x^2 + 6x + 9$
- D) $y = x^2 - 6x + 8$

12. En la parábola con ecuación $y = -2x^2 + kx$, con $k \in \mathbb{R}$, tiene eje de simetría $x = \frac{3}{2}$. Analice las siguientes proposiciones:

I.El valor de k es 6.

II. El valor de $\frac{-\Delta}{4a} = \frac{9}{2}$.

¿Cuál o cuáles de las proposiciones anteriores son, con certeza, **verdaderas**?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

13. Considere la circunferencia C_1 de ecuación $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 5$ y analice las siguientes proposiciones:

I.El centro de C_1 es $(-2, 3)$.

II. El radio de C_1 es 25.

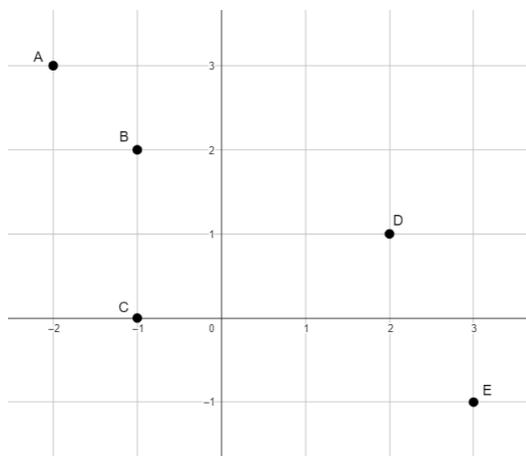
¿Cuál o cuáles de las proposiciones anteriores son, con certeza, **verdaderas**?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

14. Un punto de intersección de la circunferencia C_2 con ecuación $x^2 + (y-2)^2 = 6$ con el eje x corresponde a

- A) $(1, 0)$
- B) $(-\sqrt{2}, 0)$
- C) $(-1, 0)$
- D) $(\sqrt{5}, 0)$

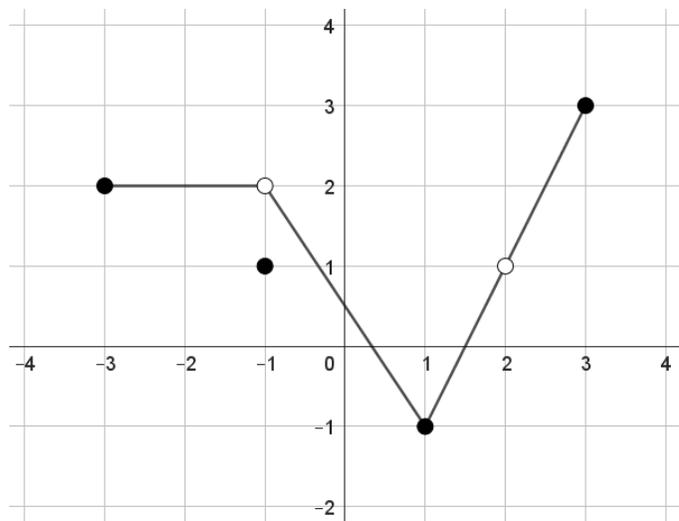
Considere la figura que se presenta a continuación para contestar los ítems 15, 16 y 17.



15. Considere la circunferencia de ecuación $(x - 1)^2 + y^2 = 4$. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es, con certeza, **verdadera**?
- A) El punto D está en la circunferencia.
 - B) El punto C es el centro de la circunferencia.
 - C) El punto B está en el exterior de la circunferencia.
 - D) El punto E está en el interior de la circunferencia.
16. ¿Cuál es, aproximadamente, el área de la región encerrada por la circunferencia de centro A y que pasa por el punto $(-1, 7)$?
- A) 12,95
 - B) 25,91
 - C) 53,41
 - D) 106,82

17. Considere una circunferencia cuyo diámetro corresponde al segmento \overline{BD} ¿Cuál es el centro de dicha circunferencia?
- A) $\left(\frac{3}{5}, \frac{8}{5}\right)$
 - B) $\left(\frac{8}{5}, \frac{3}{5}\right)$
 - C) $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$
 - D) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$
18. Considere una circunferencia C_3 de ecuación $(y - 3)^2 + x^2 = 9$ ¿Cuál de las siguientes rectas **no** es tangente a C_3 ?
- A) $y = -6$
 - B) $y = 6$
 - C) $x = -3$
 - D) $x = 3$
19. Una circunferencia C_4 tiene ecuación $(x + 5)^2 + (y + 2)^2 = 9$. Otra circunferencia C_5 , con mayor radio, tiene por centro el punto $(-2, -2)$. Si C_4 y C_5 son tangentes interiores, ¿cuál es el diámetro de C_5 ?
- A) 12
 - B) 9
 - C) 6
 - D) 3

Considere la figura que se presenta a continuación, la cual corresponde a la gráfica de f , para contestar los ítems 20, 21, 22, 23 y 24.



20. El dominio de f corresponde al conjunto

- A) $[-3, 3[$
- B) $[-3, 3] - \{-1, 2\}$
- C) $[-3, 3] - \{2\}$
- D) $[-3, 3]$

21. ¿En cuál de los siguientes intervalos f es, con certeza, positiva?

- A) $[-1, 1]$
- B) $]1, 3[$
- C) $]2, 3]$
- D) $] -3, 1[$

22. Un intervalo de f donde se cumple con certeza que la función es estrictamente decreciente corresponde a

A) $] -3, -1[$

B) $] -1, 1[$

C) $] 1, 2[$

D) $] 1, 3[$

23. Analice las siguientes proposiciones:

I. $f(-1) + 2 = 3$.

II. La imagen de $\frac{-5}{2}$ es 2.

¿Cuál o cuáles de las proposiciones anteriores son, con certeza, **verdaderas**?

A) Solo la I

B) Solo la II

C) Ambas

D) Ninguna

24. El punto mínimo absoluto de la función f corresponde a

A) $(-1, 1)$

B) $(-3, 2)$

C) $(3, 3)$

D) $(1, -1)$

25. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4$. De los siguientes números, ¿cuál corresponde a una preimagen de 0?

- A) -4
- B) -2
- C) 0
- D) 4

26. Sea j una función con dominio $D_j = \{5, 7, 9\}$ y cumple que

x	5	7	9
$j(x)$	75	147	243

¿Cuál de las siguientes expresiones puede ser un criterio para j ?

- A) $j(x) = 14x + 5$
- B) $j(x) = 15x$
- C) $j(x) = 3x^2$
- D) $j(x) = (3x)^2$

27. Considere el criterio de la función $k(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{x^2-4}$. ¿Cuál es el dominio máximo de k ?

- A) $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$
- B) $] -\infty, 2[- \{-2\}$
- C) $] -\infty, 1] - \{-2\}$
- D) $] -\infty, 1]$

28. Considere la función $p(x) = \begin{cases} 2 - x & \text{si } x \leq 1 \\ 3 + x & \text{si } x > 1 \end{cases}$ y analice las siguientes proposiciones:

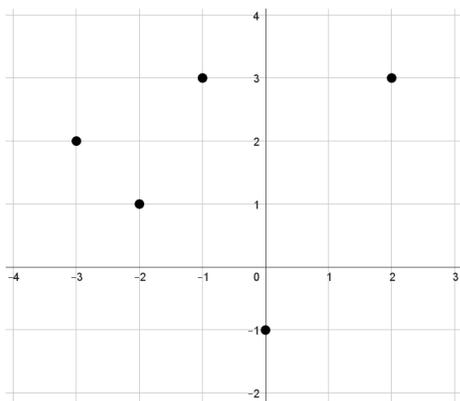
I. Un corte con el eje y es $(0, 3)$.

II. La imagen de 1 es 4.

¿Cuál o cuáles de las proposiciones anteriores son, con certeza, **verdaderas**?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

29. Considere la figura que presenta la gráfica de la función p



Analice las siguientes proposiciones:

I. El gráfico de la función corresponde a $G_p = \{(-3, 2), (-2, 1), (-1, 3), (0, -1), (2, 3)\}$

II. $p(-1) < p(2)$.

¿Cuál o cuáles de las proposiciones anteriores son, con certeza, **verdaderas**?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

30. Considere la función $h : \left] -\infty, \frac{5}{3} \right] \rightarrow [0, +\infty[$, $h(x) = \sqrt{5 - 3x}$.

El criterio de $h^{-1} : [0, +\infty[\rightarrow \left] -\infty, \frac{5}{3} \right]$ corresponde a

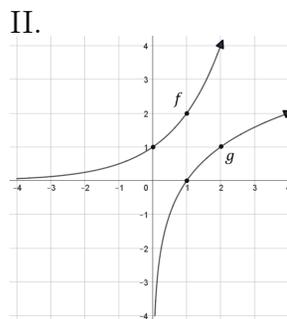
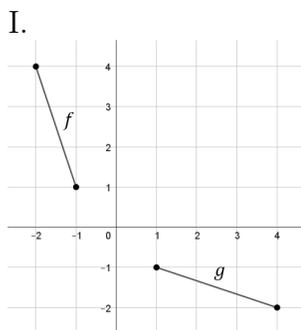
A) $h^{-1}(x) = \frac{x - 5}{3}$

B) $h^{-1}(x) = \frac{5 - x}{3}$

C) $h^{-1}(x) = \frac{x^2 - 5}{3}$

D) $h^{-1}(x) = \frac{5 - x^2}{3}$

31. Considere las siguientes figuras:



¿En cuál de las figuras anteriores se encuentran graficadas una función f y su inversa g ?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

32. Sean f y g dos funciones definidas en su dominio máximo y cuyos criterios son:

$$f(x) = \frac{x-4}{3} \quad g(x) = -6x + 1$$

De acuerdo con la información anterior, analice las siguientes proposiciones:

I. $(g \circ f)(x) = -2x + 9$

II. $(f \circ g)(0) = -1$.

¿Cuál o cuáles de las proposiciones anteriores son, con certeza, **verdaderas**?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

33. Considere la función f con dominio $]-\infty, 3[$ y criterio $f(x) = 5 - x$. ¿Cuál conjunto corresponde a su ámbito?

- A) $]2, +\infty[$
- B) $[2, +\infty[$
- C) $]-\infty, 2[$
- D) $]-\infty, 2]$

34. Considere la función $g :]-1, 5] \rightarrow B$, $g(x) = \frac{1}{2} + x$. ¿Cuál de los siguientes conjuntos puede ser B ?

- A) $]0, 3]$
- B) $\left] \frac{-1}{3}, \frac{9}{2} \right]$
- C) $\left] 1, \frac{12}{5} \right]$
- D) $]-1, 6]$

35. Considere una función lineal decreciente, donde el ámbito es igual al codominio y $f : [-3, 3] \rightarrow [2, 4]$ con criterio $f(x) = mx + b$. Con certeza, el valor de $m \cdot b$ es igual a
- A) -1
 - B) 0
 - C) 1
 - D) 3
36. El teléfono celular modelo 2024 cuesta 1800 dólares. Si cada año que pasa, su valor se disminuye en 120 dólares, y x representa la cantidad de años transcurridos después del 2024, ¿cuál de los siguientes criterios puede modelar el costo C después de x años transcurridos?
- A) $C(x) = 1800x - 120$
 - B) $C(x) = 1800x + 120$
 - C) $C(x) = 1800 - 120x$
 - D) $C(x) = 1800 + 120x$
37. Considere la función $p : [-2, -1[\rightarrow \mathbb{R}$, $p(x) = -5(x + 1)^2 - 2$. El ámbito de la función p corresponde a
- A) $[-7, -2[$
 - B) $] -2, 3]$
 - C) $[-7, -2]$
 - D) $[-2, 3]$

38. Un intervalo donde la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = a(x+1)^2 - 3$ con $a < 0$, es **creciente**, corresponde a

A) $] -2, 1[$

B) $] -3, -1[$

C) $] -1, 0[$

D) $] -\infty, 0[$

39. Considere la función $f :]-\infty, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, con criterio $f(x) = -3x^2 + x + 4$. De la información anterior, analice las siguientes proposiciones:

I. $f(0) < f(-2)$

II. El único corte con el eje x corresponde al punto $(-1, 0)$.

¿Cuál o cuáles de las proposiciones anteriores son, con certeza, **verdaderas**?

A) Solo la I

B) Solo la II

C) Ambas

D) Ninguna

40. La producción P en kilogramos de mangos de una finca está dada por $P(x) = 650 + 3x - 0.03x^2$, donde x representa el número de árboles por hectárea. El número de árboles por hectárea que hace que la producción sea máxima corresponde a

A) 50

B) 250

C) 650

D) 725

Fin del examen



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

Proyecto MATEM-Precálculo II Examen Parcial 2024- Respuestas

Sábado 22 de junio

I parte: Selección única

1. C	11. A	21. C	31. C
2. A	12. C	22. B	32. C
3. C	13. A	23. C	33. A
4. D	14. B	24. D	34. D
5. D	15. C	25. B	35. A
6. D	16. C	26. C	36. C
7. D	17. D	27. C	37. A
8. D	18. A	28. D	38. B
9. C	19. A	29. A	39. B
10. A	20. C	30. D	40. A