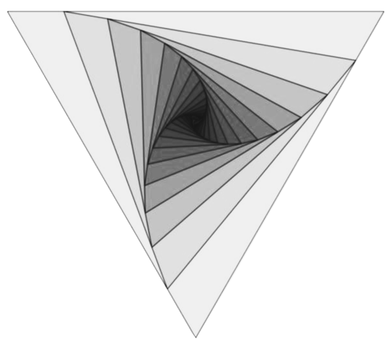
Precálculo

I Examen parcial 2025



Nombre: ______________________________

Colegio: ______________________________

Código: ______________________________

Fórmula: 1

Sábado 26 de abril

Indicaciones

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de 2 horas y 30 minutos.

2. Lea cuidadosamente cada instrucción y cada pregunta antes de contestar.

3. Este examen consta de dos partes: selección única (27 puntos) y desarrollo (13 puntos).

4. La parte de selección única debe ser contestada en la **hoja de respuestas** que se le dará para tal efecto. **Fírmela** en el espacio correspondiente utilizando bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.

5. En la **hoja de respuestas** usted deberá rellenar con **lápiz** la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja de respuestas.

6. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.

7. En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente **bolígrafo** de tinta azul o negra indeleble.

8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna pregunta está desordenada, ésta no se calificará.

9. No se permite el uso de calculadora científica o programable. La calculadora que puede utilizar es la que contiene únicamente las operaciones básicas.

10. Las ecuaciones, a menos que se indique lo contrario, deben resolverse en el conjunto de los números reales.

Selección única

1. La factorización completa de $10 - x^2 - 3x$ corresponde a

   A) $(2x+1)(5x-3)$

   B) $(2x-1)(3+5x)$

   C) $(x+5)(2-x)$

   D) $(-x+5)(x+2)$

2. La factorización completa de $64 + 27x^3$ corresponde a

   A) $(4+3x)(16-12x+9x^2)$

   B) $(4+3x)(16+12x+9x^2)$

   C) $(4-3x)(16+12x+9x^2)$

   D) $(4+3x)^3$

3. Al factorizar completamente $x^4 + 6x^2 - 7$, uno de los factores es

   A) $1-x$

   B) $x-7$

   C) $x+7$

   D) x^2+1

4. Al factorizar completamente $(x+5)^2 - (1-3x)^2$, uno de los factores es

   A) $2-x$

   B) $x+2$

   C) $x+1$

   D) $x+3$

5. Al factorizar completamente $(x-1)^2 + (1-x) - 12$, uno de los factores es

   A) $2+x$

   B) $5+x$

   C) $x-4$

   D) $x+3$

6. La **cantidad de factores lineales** distintos que se obtienen luego de factorizar completamente la expresión $x^6 - 1$ es

   A) 2

   B) 3

   C) 4

   D) 6

7. Sea $P(x) = x(2-x)(x+5)^2$ ¿Cuál de los siguientes números es un cero de $P(x)$?

   A) -2

   B) 0

   C) 5

   D) 25

8. Si $x-3$ es un factor del polinomio $P(x)$, ¿cuál de las siguientes opciones es, con certeza, verdadera?

   A) $P(0) = -3$

   B) $P(0) = 3$

   C) $P(-3) = 0$

   D) $P(3) = 0$

9. La fracción unitaria por la que se debe multiplicar la expresión $\dfrac{x^2+1}{4-\sqrt{x+2}}$ para racionalizar su denominador corresponde a

A) $\dfrac{4+\sqrt{x-2}}{4+\sqrt{x-2}}$

B) $\dfrac{4-\sqrt{x-2}}{4-\sqrt{x-2}}$

C) $\dfrac{4+\sqrt{x+2}}{4+\sqrt{x+2}}$

D) $\dfrac{4-\sqrt{x+2}}{4-\sqrt{x+2}}$

10. Al racionalizar la expresión $\dfrac{3}{\sqrt{x}+\sqrt{x+3}}$ se obtiene

A) $\sqrt{x}-\sqrt{x+3}$

B) $-\sqrt{x}-\sqrt{x+3}$

C) $-\sqrt{x}+\sqrt{x+3}$

D) $\dfrac{3\cdot\sqrt{x}-\sqrt{x+3}}{3}$

11. La fracción unitaria por la que se debe multiplicar la expresión $\dfrac{\pi}{\sqrt[3]{x}+2}$ para racionalizar su denominador es

A) $\dfrac{\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+4\sqrt[3]{x}+4}{\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+4\sqrt[3]{x}+4}$

B) $\dfrac{\left(\sqrt[3]{x}\right)^2-4\sqrt[3]{x}+4}{\left(\sqrt[3]{x}\right)^2-4\sqrt[3]{x}+4}$

C) $\dfrac{\left(\sqrt[3]{x}\right)^2-2\sqrt[3]{x}+4}{\left(\sqrt[3]{x}\right)^2-2\sqrt[3]{x}+4}$

D) $\dfrac{\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+2\sqrt[3]{x}+4}{\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+2\sqrt[3]{x}+4}$

12. La expresión $\dfrac{125+x}{25-5\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2}}$ es equivalente a

A) $-5-\sqrt[3]{x}$

B) $5+\sqrt[3]{x}$

C) $5-\sqrt[3]{x}$

D) $\dfrac{-1}{\sqrt[3]{x}+5}$

13. La expresión $\dfrac{49x^2 - 14x + 1}{49x^2 - 1}$ es equivalente a

A) $14x$

B) $-14x$

C) $\dfrac{7x+1}{7x-1}$

D) $\dfrac{7x-1}{7x+1}$

14. La expresión $\dfrac{15x^{100} + 2x^{99} - x^{98}}{10x^{100} + 13x^{99} - 3x^{98}}$ es equivalente a

A) $\dfrac{3x+1}{2x+3}$

B) $\dfrac{2x+3}{3x+1}$

C) $\dfrac{3x-1}{2x-3}$

D) $\dfrac{2x-3}{3x-1}$

15. La expresión $\dfrac{x^3}{(x-1)^2} \div \dfrac{x^2}{1-x^2}$ es equivalente a

A) $\dfrac{x^2-x}{x-1}$

B) $\dfrac{x-1}{x^2-x}$

C) $\dfrac{x^2+x}{1-x}$

D) $\dfrac{1-x}{x^2+x}$

16. La expresión $\left(1-\dfrac{1}{x+1}\right)\left(2+\dfrac{1}{x}\right)$ es equivalente a

A) $\dfrac{3}{x+1}$

B) $\dfrac{3}{x^2+x}$

C) $\dfrac{2x+1}{x+1}$

D) $\dfrac{2x^2+1}{x^2+1}$

17. La expresión $\dfrac{x^2-21}{x-7}+\dfrac{4x}{7-x}$ es equivalente a

A) $x+3$

B) $x-3$

C) $\dfrac{5x-3}{x-7}$

D) $\dfrac{(5x-3)(x-3)}{x-7}$

18. Al efectuar y simplificar al máximo la operación $\dfrac{5}{x-2} - \dfrac{5x^2-7x+3}{(x-2)(x+1)}$ se obtiene una fracción cuyo **numerador** corresponde a

A) $-5x^2-2x+4$

B) $-5x^2-2x+8$

C) $-5x^2+12x-2$

D) $-5x^2+12x+2$

19. La cantidad exacta de soluciones reales distintas que posee la ecuación $2x^5+x^4+2x^3=0$ es

A) 1

B) 2

C) 3

D) 5

20. Para que la ecuación $2x^2-x+(k-2)=0$ **carezca** de soluciones reales, un posible valor de k corresponde a

A) $\dfrac{-5}{2}$

B) $\dfrac{5}{2}$

C) $\dfrac{-2}{5}$

D) $\dfrac{2}{5}$

21. El conjunto solución de la ecuación $\dfrac{7}{x^2-25} = \dfrac{7}{3x+15}$ es igual a

A) $\varnothing$

B) $\{8\}$

C) $\{-5, 8\}$

D) $\{-5, 5, 8\}$

22. Si $S = \{2\}$ es el conjunto solución de la ecuación $\dfrac{5}{x-1} - \dfrac{k+2}{3-x} = 7$, entonces el valor de k es igual a

A) -4

B) $\dfrac{-2}{7}$

C) 0

D) 7

23. Sea S el conjunto solución de la ecuación $|1 - 7x| = -k$. Considere las siguientes proposiciones

I. Si $k > 0$, entonces S$= \varnothing$.

II. Si $k < 0$, entonces S$= \mathbb{R}$.

¿Cuál o cuáles de las anteriores proposiciones son, con certeza, verdaderas?

A) Solo la I

B) Solo la II

C) Ambas

D) Ninguna

24. La suma de las soluciones de la ecuación $|x-5a|=3a$, con $a \in \mathbb{R}^+$, es igual a

A) $2a$

B) $6a$

C) $8a$

D) $10a$

25. Considere las siguientes ecuaciones

I. $\sqrt[3]{-x-2}=1.$

II. $\sqrt[6]{x+1}=-2.$

¿Cuál o cuáles de las ecuaciones anteriores tienen **al menos** una solución real?

A) Solo la I

B) Solo la II

C) Ambas

D) Ninguna

26. El conjunto solución de $12x-1 \geq 36x^2$ es igual a

A) $\mathbb{R}-\left\{\dfrac{1}{6}\right\}$

B) $\left\{\dfrac{1}{6}\right\}$

C) $\mathbb{R}$

D) $\varnothing$

27. El conjunto solución de $0 < \dfrac{3x^8}{5-x}$ es igual a

A) $]-\infty, 5[- \{0\}$

B) $]-\infty, 5[$

C) $[5, +\infty[$

D) $]5, +\infty[$

Proyecto MATEM

Precálculo-

I Examen parcial 2025

Nombre: ______________________________

Colegio: ______________________________

Código: ______________________________

Pregunta	Puntos
D1	
D2	

Fórmula: 2

Sábado 26 de abril

II parte: Desarrollo

1. Considere el siguiente problema:

   > El producto de dos números enteros **negativos** consecutivos equivale a la suma de tales números aumentada en 41 unidades. Determine cuáles son dichos números consecutivos.

   Resuelva el problema anterior mediante el planteo y resolución de una ecuación, en la cual $\boldsymbol{x}$ **representa el menor de los dos números enteros negativos consecutivos**. (6 puntos)

2. Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación: (7 puntos)

$$\frac{-2\left(2-3x\right)^{50}\left(x+3\right)}{7x\left(-x^2-x-1\right)} \leq 0$$

Fin del examen

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

EMat Escuela de Matemática

Proyecto MATEM - Precálculo

I Examen parcial 2025- Solucionario

Sábado 26 de abril

I parte: Selección única

1. C

2. A

3. A

4. C

5. A

6. A

7. B

8. D

9. C

10. C

11. C

12. B

13. D

14. A

15. C

16. C

17. A

18. D

19. A

20. B

21. B

22. A

23. A

24. D

25. A

26. B

27. A

II parte: Desarrollo

1. Considere el siguiente problema:

> El producto de dos números enteros **negativos** consecutivos equivale a la suma de tales números aumentada en 41 unidades. Determine cuáles son dichos números consecutivos.

Resuelva el problema anterior mediante el planteo y resolución de una ecuación, en la cual ***x*** **representa el menor de los dos números enteros negativos consecutivos**. (6 puntos)

Solución:

Sea x el menor de los números enteros negativos consecutivos, con lo cual $x+1$ es su sucesor.

De acuerdo con el enunciado se tiene la siguiente relación:

$$x(x+1) = x + (x+1) + 41$$

Resolviendo la ecuación se tiene que:

$$x^2 - x - 42 = 0 \iff (x-7)(x+6) = 0 \iff x = 7 \vee x = -6$$

Como x es un número negativo, entonces el menor de los dos números enteros negativos consecutivos es -6, con lo cual, su sucesor es -5.

2. Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación: (7 puntos)

$$\frac{-2\,(2-3x)^{50}\,(x+3)}{7x\,(-x^2-x-1)} \leq 0$$

Solución:

Considere $C(x) = \dfrac{-2\,(2-3x)^{50}\,(x+3)}{7x\,(-x^2-x-1)}$

$-\infty \quad -3 \quad 0 \quad \frac{2}{3} \quad +\infty$

-2	$-$	$-$	$-$	$-$
$(2-3x)^{50}$	$+$	$+$	$+$	$+$
$x+3$	$-$	$+$	$+$	$+$
$7x$	$-$	$-$	$+$	$+$
$-x^2-x-1$	$-$	$-$	$-$	$-$
$C(x)$	$+$	$-$	$+$	$+$

Por lo tanto, el conjunto solución es $[-3,0[\cup\left\{\dfrac{2}{3}\right\}$.