



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

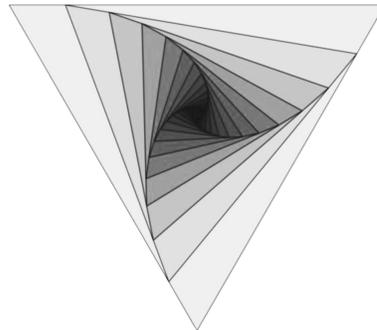
EMat Escuela de
Matemática



MATEM

Matemática Para la Enseñanza Media

Precálculo
I Examen parcial 2024



Nombre: _____

Colegio: _____

Código: _____

Fórmula:1

Sábado 27 de abril

Indicaciones

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de 2 horas y 30 minutos.
2. Lea cuidadosamente cada instrucción y cada pregunta antes de contestar.
3. Este examen consta de dos partes: selección única (27 puntos) y desarrollo (13 puntos).
4. La parte de selección única debe ser contestada en la **hoja de respuestas** que se le dará para tal efecto. Fírmela en el espacio correspondiente utilizando bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
5. En la **hoja de respuestas** usted deberá rellenar con **lápiz** la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja de respuestas.
6. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
7. En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente **bolígrafo** de tinta azul o negra indeleble.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna pregunta está desordenada, ésta no se calificará.
9. No se permite el uso de calculadora científica o programable. La calculadora que puede utilizar es la que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. Las ecuaciones, a menos que se indique lo contrario, deben resolverse en el conjunto de los números reales.

Selección única

1. La factorización completa de $7x + x^2 + 10$ corresponde a
 - A) $(x + 3)(x + 4)$
 - B) $(x + 2)(x + 3)$
 - C) $(x + 5)(x + 2)$
 - D) $(x + 1)(x + 10)$
2. La factorización completa de $8x^3 - 27$ corresponde a
 - A) $(2x - 3)^3$
 - B) $(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$
 - C) $(2x - 3)(4x^2 + 12x + 9)$
 - D) $(2x + 3)(4x^2 - 6x + 9)$
3. Al factorizar completamente $x^4 - 10x^2 + 9$, uno de los factores es
 - A) $x - 1$
 - B) $x + 9$
 - C) $x^2 + 1$
 - D) $x^2 + 9$
4. Al factorizar completamente $(2x + 1)^2 - (3 - x)^2$, uno de los factores es
 - A) $x - 2$
 - B) $x - 4$
 - C) $3x - 2$
 - D) $3x - 4$

5. Al factorizar completamente $(3x - 1)^2 + 6(3x - 1) + 9$, uno de los factores es
- A) $x - 1$
 - B) $x + 2$
 - C) $3x - 1$
 - D) $3x + 2$
6. ¿Cuántos factores lineales distintos tiene la expresión $16 - x^4$?
- A) 1
 - B) 2
 - C) 3
 - D) 4
7. Sea $P(x) = (x - 3)(x + 1)(x - 2)^2$. ¿Cuál de los siguientes números es un cero de $P(x)$?
- A) 0
 - B) 1
 - C) 3
 - D) 4
8. Si $x + 1$ es un factor un polinomio $P(x)$, ¿cuál de las siguientes opciones es, con certeza, verdadera?
- A) $P(-1) = 0$
 - B) $P(0) = -1$
 - C) $P(0) = 1$
 - D) $P(1) = 0$

9. La fracción unitaria por la que se debe multiplicar la expresión $\frac{2x}{\sqrt{x+4}-2}$ para ser racionalizada es

A) $\frac{\sqrt{x+4}-2}{\sqrt{x+4}-2}$

B) $\frac{\sqrt{x+4}+2}{\sqrt{x+4}+2}$

C) $\frac{\sqrt{x-4}-2}{\sqrt{x-4}-2}$

D) $\frac{\sqrt{x-4}+2}{\sqrt{x-4}+2}$

10. La expresión $\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$ es equivalente a

A) $\sqrt{x} + \sqrt{x+1}$

B) $\sqrt{x} - \sqrt{x+1}$

C) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

D) $-\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

11. La fracción unitaria por la que se debe multiplicar la expresión $\frac{2}{\sqrt[3]{x}-1}$ para ser racionalizada es

A) $\frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1}$

B) $\frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}$

C) $\frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 1}$

D) $\frac{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 1}$

12. La expresión $\frac{\sqrt[3]{x^2} - 3\sqrt[3]{x} + 9}{x + 27}$ es equivalente a

A) $\sqrt[3]{x} + 3$

B) $\sqrt[3]{x} - 3$

C) $\frac{1}{\sqrt[3]{x} + 3}$

D) $\frac{1}{\sqrt[3]{x} - 3}$

13. La expresión $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$ es equivalente a

A) $2x$

B) $-2x$

C) $\frac{x - 1}{x + 1}$

D) $\frac{x + 1}{x - 1}$

14. La expresión $\frac{2x^{2026} - x^{2025} - x^{2024}}{2x^{2026} + 3x^{2025} + x^{2024}}$ es equivalente a

A) $\frac{x - 1}{x + 1}$

B) $\frac{2x + 1}{x + 1}$

C) $\frac{x - 1}{2x + 1}$

D) $\frac{2x - 1}{2x + 1}$

15. La expresión $\frac{x^2 + 10x + 25}{x^2} \div \frac{x^2 - 25}{x}$ es equivalente a

A) $\frac{x^2 - 5x}{x + 5}$

B) $\frac{x^2 - 5x}{x - 5}$

C) $\frac{x - 5}{x^2 + 5x}$

D) $\frac{x + 5}{x^2 - 5x}$

16. La expresión $\left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 - \frac{1}{x+1}\right)$ es equivalente a

A) 0

B) 1

C) $\frac{x+1}{x}$

D) $\frac{2}{x(x+1)}$

17. La expresión $\frac{x^2 - 5x}{x - 6} + \frac{6}{6 - x}$ es equivalente a

A) $x + 1$

B) $x - 1$

C) $\frac{-4x - 1}{x - 6}$

D) $\frac{(x - 2)(x - 3)}{x - 6}$

18. Al efectuar y simplificar al máximo la operación $\frac{x^2 + 7x + 10}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{4}{(x - 2)}$ se obtiene una fracción cuyo **numerador** corresponde a
- A) $x + 1$
 - B) $x + 6$
 - C) $x^2 + 3x + 2$
 - D) $x^2 + 7x + 6$
19. El conjunto solución de la ecuación $3x^4 + 5x^3 - 2x^2 = 0$ tiene exactamente
- A) una solución entera.
 - B) dos soluciones reales.
 - C) tres soluciones racionales distintas.
 - D) dos soluciones irracionales y dos racionales.
20. Para que la ecuación $3x^2 + 3x - (k - 3) = 0$ tenga dos soluciones reales distintas, un posible valor de k corresponde a
- A) 0
 - B) 1
 - C) 2
 - D) 3

21. El conjunto solución de la ecuación $\frac{3}{2x+6} = \frac{3}{x^2-9}$ es igual a
- A) \emptyset
 - B) $\{5\}$
 - C) $\{3, 5\}$
 - D) $\{-3, 3, 5\}$
22. Si $S = \{1\}$ es el conjunto solución de la ecuación $\frac{4}{x+1} - \frac{k}{x-2} = 6$, entonces el valor de k es igual a
- A) 8
 - B) 4
 - C) -2
 - D) -4
23. El producto de las soluciones de la ecuación $|2x+1| = 5$ es igual a
- A) 2
 - B) -1
 - C) -5
 - D) -6

24. Si conjunto solución de la ecuación $|x - 2k| = 2$ es $S = \{-8, -4\}$, entonces el valor de k igual a

- A) -5
- B) -3
- C) 3
- D) 5

25. Considere las siguientes ecuaciones

I. $\sqrt{x + 2} + 3 = 0.$

II. $\sqrt[3]{x + 2} + 3 = 0.$

¿Cuál o cuáles de las ecuaciones anteriores tienen solución en \mathbb{R} ?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

26. El conjunto solución de $4x^2 - 12x + 9 > 0$ es igual a

A) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$

B) $\left\{ \frac{3}{2} \right\}$

C) \mathbb{R}

D) \emptyset

27. El conjunto solución de $x^{2023}(1 - 3x) \leq 0$ es igual a

A) $\left[0, \frac{1}{3} \right]$

B) $] -\infty, 0] \cup \left[\frac{1}{3}, +\infty \right[$

C) $\left\{ 0, \frac{1}{3} \right\}$

D) $\mathbb{R} - \left\{ 0, \frac{1}{3} \right\}$



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

Proyecto MATEM
Precálculo-
I Examen parcial 2024

Nombre: _____

Colegio: _____

Código: _____

Pregunta	Puntos
D1	
D2	

Fórmula: 1

Sábado 27 de abril

II parte: Desarrollo

1. Considere el siguiente problema:

El producto de dos números enteros consecutivos positivos es 132. ¿Cuáles son los números?

Resuelva el problema anterior mediante el planteo y resolución de una ecuación, **en la cual x representa el número menor.** (6 puntos)

2. Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación:

(7 puntos)

$$\frac{x(x-4)^{2024}(1-x)^3}{(-x^2+10x-26)(x+5)} \leq 0$$

Fin del examen



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

Proyecto MATEM - Precálculo - I Examen parcial 2024- Solucionario

Sábado 27 de abril

I parte: Selección única

- | | | | |
|------|-------|-------|-------|
| 1. C | 8. A | 15. D | 22. B |
| 2. B | 9. B | 16. B | 23. D |
| 3. A | 10. C | 17. A | 24. B |
| 4. C | 11. B | 18. A | 25. B |
| 5. D | 12. C | 19. C | 26. A |
| 6. B | 13. D | 20. D | 27. B |
| 7. C | 14. A | | |

II parte: Desarrollo

1. Considere el siguiente problema:

El producto de dos números enteros consecutivos positivos es 132. ¿Cuáles son los números?

Resuelva el problema anterior mediante el planteo y resolución de una ecuación, en la cual x **representa el número menor**. (6 puntos)

Solución:

Sea x el menor de los números enteros positivos, por lo que $x + 1$ representa al consecutivo.

Como el producto de ambos números es 132, se tiene que:

$$x \cdot (x + 1) = 132$$

Resolviendo la ecuación se tiene que:

$$x \cdot (x + 1) = 132$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x = 132$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 132 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 11)(x + 12) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 11 \quad \text{o} \quad x = -12$$

Note que el ejercicio plantea que son números enteros y positivos, por lo que solo se tomará el valor $x = 11$. Además se tiene que $x + 1 = 12$.

Por lo tanto, los números buscados son 11 y 12.

2. Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación:

(7 puntos)

$$\frac{x(x-4)^{2024}(1-x)^3}{(-x^2+10x-26)(x+5)} \leq 0$$

Solución:

Considere $P(x) = \frac{x(x-4)^{2024}(1-x)^3}{(-x^2+10x-26)(x+5)}$.

	$-\infty$	-5	0	1	4	$+\infty$
$-x^2 + 10x - 26$	-	-	-	-	-	-
$(x-4)^{2024}$	+	+	+	+	+	+
$(1-x)^3$	+	+	+	-	-	-
x	-	-	+	+	+	+
$x+5$	-	+	+	+	+	+
$P(x)$	-	+	-	+	+	+

Por lo tanto, el conjunto solución es $]-\infty, -5[\cup [0, 1] \cup \{4\}$.