



Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
Proyecto MATEM

[https:// matem.emate.ucr.ac.cr](https://matem.emate.ucr.ac.cr)
tel. (506) 2511-5743

matem.em@ucr.ac.cr

MATEM

Matemática Para la Enseñanza Media



Programa del curso Precálculo MATEM 2023 (Décimo y undécimo)

El presente documento está dirigido a las personas estudiantes, padre/ madre o persona encargada y las personas docentes del curso precálculo (modalidad décimo y undécimo) con el fin de informarles sobre los principales aspectos del curso, entre ellos se destacan los lineamientos del Proyecto MATEM, distribución de contenidos por exámenes parciales y fechas importantes. Le sugerimos leerlo detenidamente y consultar cualquier duda sobre la información que aquí se detalla.

Este curso tiene como propósito ofrecerles a las personas estudiantes un programa que les demande un mayor esfuerzo de pensamiento lógico-matemático, pero a la vez, estimule una serie de aptitudes que contribuyan en su formación. Se espera que esto favorezca su rendimiento académico en general, así como los elementos necesarios para enfrentar positivamente el estudio de la matemática en la educación superior.

Este curso abarca los contenidos de álgebra, geometría y funciones, necesarios para tener una base matemática sólida, y así enfrentar con mayor éxito los cursos universitarios de cálculo y álgebra. Sus contenidos responden a un convenio entre las universidades estatales, por lo que la aprobación del curso es reconocida una vez que la persona estudiante ingrese a una universidad pública.

I. Normas y aspectos generales del Proyecto MATEM

A continuación, se detallan los aspectos administrativos del proyecto.

1. El único nexo entre los colegios y la coordinación del Proyecto MATEM será la persona docente responsable del grupo; es decir, **la persona estudiante, su padre/ madre o persona encargada deberán tramitar cualquier duda o solicitud a través de la persona docente.** Por lo tanto, no se aceptará ningún reclamo o solicitud que se haga por cualquier otra vía.
2. Es responsabilidad de la persona docente tutora del colegio, mantener estrecha comunicación con la coordinación del proyecto, puede comunicarse mediante correo electrónico, llamada telefónica o de forma presencial en la oficina.

3. Las personas docentes y estudiantes pueden acceder a información relacionada con el curso desde las siguientes plataformas:
 - Página web de MATEM: [Proyecto MATEM \(ucr.ac.cr\)](http://ProyectoMATEM(ucr.ac.cr))
 - Página de Facebook: [MATEM UCR | San Pedro | Facebook](https://www.facebook.com/MATEMUCR|SanPedro|Facebook)
 - Canal de YouTube: [MATEM UCR - YouTube](https://www.youtube.com/MATEMUCR-YouTube)
 - UCR Global: [UCR Global: Ingresar al sitio](https://www.ucr.ac.cr/global)

4. Si el estudiante aprueba el curso se le brindará un certificado. Si además, ingresa a la Universidad de Costa Rica, la coordinación del proyecto MATEM realizará el trámite administrativo correspondiente para el reconocimiento del curso. Ni la persona docente ni la persona docente deben realizar trámite alguno.

Con respecto a las pruebas (exámenes):

5. La aplicación de las pruebas será en modalidad **presencial**. Antes de cada examen se publicará la lista de aulas y sedes de aplicación.

6. En caso de que la Universidad de Costa Rica, o bien las autoridades sanitarias del país, declaren restricciones que impidan la presencialidad de las pruebas, éstas serán trasladadas a modalidad virtual, y serán aplicadas mediante la plataforma UCR Global. Otras indicaciones particulares en relación con las aplicaciones de la prueba virtual serán enviadas oportunamente.

7. Las pruebas estarán conformadas por ítems de selección única, desarrollo, respuesta corta o cualquier otro tipo de ítem. La cantidad de puntos, duración y estructura de la prueba se indicará una semana antes de la aplicación de la prueba.

8. **Solamente se permite el uso de calculadora básica.** No se permite el uso de calculadora científica o programable.

9. La persona estudiante debe llegar al menos quince minutos antes de la hora establecida para el inicio de la prueba. No se permitirá el ingreso de estudiantes treinta minutos después de iniciada la prueba, tampoco la salida de estudiantes en ese periodo de tiempo. A quienes lleguen tarde no se les repondrá el tiempo perdido.

10. Durante la aplicación de la prueba, la persona estudiante debe mantener apagado y guardado en el bulto o bolso su teléfono celular, reloj inteligente o cualquier otro aparato electrónico, así como cualquier otra pertenencia que porte. El bulto o bolso debe colocarse debajo del asiento.

11. La persona estudiante tiene la obligación de **portar en físico su identificación para poder realizar cada una de las pruebas**. Puede presentar la tarjeta de identificación de menores (TIM), la cédula de identidad, pasaporte o carné del colegio. Si la persona estudiante no porta su identificación, no podrá efectuar la prueba, y esta razón no será justificación para la reposición de la misma. Además, la persona estudiante debe **saber el número de identificación (código) que se le asignó en el proyecto**. Los inconvenientes que sucedan en caso de no saberlo son responsabilidad únicamente de la persona estudiante.
12. La persona estudiante debe presentarse al examen con los siguientes materiales: lápiz de grafito negro número 2, bolígrafo de tinta azul o negra, borrador, tajador y calculadora básica (no puede ser científica, sólo con las operaciones elementales). No se permite el empleo de útiles como diccionario, hojas adicionales y otros.
13. La persona aplicadora de la prueba escribirá en la pizarra la hora de inicio y de fin del examen, así como la hora de aviso, que será faltando 30 minutos para que finalice la prueba.
14. Si la persona estudiante desea entregar su examen antes del tiempo establecido, debe levantar la mano e indicárselo la persona aplicadora.
15. Si durante la aplicación de los exámenes una persona estudiante comete o intenta hacer fraude, se procederá con la anulación de la prueba y se le asignará cero de nota en dicha prueba.
16. En caso de existir apelaciones debido a la calificación de una o varias preguntas del examen de alguna persona estudiante, la persona docente deberá presentar ante la coordinación la **boleta de apelación** (se puede descargar de la página de MATEM) con todos los datos que se solicitan. Además, en caso de que la apelación sea específicamente en la parte de complete o desarrollo se debe adjuntar el examen original de la persona estudiante, **el cual debe estar realizado con lapicero de tinta indeleble de color azul o negro, en caso de examen presencial**. Para dichas apelaciones se tienen cinco días hábiles de tiempo, posterior a la entrega de las pruebas calificadas.
17. Si con debida justificación la persona estudiante faltara a un examen, entonces tendrá derecho a la reposición que se realizará al finalizar el curso (ver calendario de exámenes) en la Sede Rodrigo Facio. Para solicitar reposición, debe llenar la **boleta de solicitud de reposición de examen** (se puede descargar de la página de MATEM) y anexar a ésta la documentación que justifica la ausencia. Dichos documentos deberán ser entregados por la persona docente con un máximo de tres días hábiles, después de haber sido aplicado el examen al que faltó a la coordinación del Proyecto MATEM para su valoración.
18. Las razones que se consideran justificadas en el Proyecto MATEM para faltar a una prueba son las siguientes:

- Las indicadas en el artículo 24 del capítulo I del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica: **“la muerte de un pariente hasta de segundo grado, la enfermedad del estudiante u otra situación de fuerza mayor o caso fortuito”**.

Además, el Proyecto MATEM acepta como razones justificadas las siguientes:

- Si el estudiante tiene una participación en un **evento académico o deportivo** el día del examen de MATEM, o bien, que por la ubicación de la sede del evento le sea imposible presentarse a la prueba.
- Si el estudiante es convocado a realizar, el día del examen de MATEM, una **prueba de admisión o que sea requisito de ingreso a un centro de educación superior**.
- Cualquier otra justificación se someterá a revisión por la coordinación del proyecto MATEM.

No se justifican ausencias a un examen por motivos de viaje, ni por actividades programadas por la institución como por ejemplo bailes de graduación, convivencias u otros.

19. **Las personas docentes deben retirar los exámenes calificados** en el momento que la coordinación se los indique, lo cual ocurrirá con un máximo de diez días hábiles después de ser aplicados, a menos que se de alguna situación en particular que imposibilite la entrega en ese intervalo de tiempo. También se puede autorizar a otra persona mayor de edad a retirar los exámenes, enviando previamente un correo electrónico donde se incluya el nombre completo y número de cédula de la persona encargada.
20. En caso de existir apelaciones debido a la calificación de una o varias preguntas del examen de alguna persona estudiante, la persona docente deberá presentar ante la coordinación la **boleta de apelación**¹ con todos los datos que se solicitan, además, **adjuntar el examen original del estudiante, el cual debe estar realizado con lapicero de tinta indeleble de color azul o negro, en caso de examen presencial; si la evaluación es en modalidad virtual, se debe adjuntar la foto de la pregunta.** Para dichas apelaciones se tienen cinco días hábiles de tiempo, posterior a la entrega de las pruebas calificadas.

¹ Se puede descargar de la página de MATEM.

II. Objetivos específicos

En esta sección se detallan los objetivos específicos que se espera que logren los estudiantes, asimismo, que sirvan de guía al docente para desarrollar los contenidos de cada parcial.

I Parcial

1. Determinar la factorización completa de un polinomio, usando una o varias técnicas de factorización.
2. Efectuar operaciones con expresiones algebraicas racionales.
3. Determinar el conjunto solución de ecuaciones lineales, polinomiales, fraccionarias, radicales y con valor absoluto.
4. Determinar el conjunto solución de inecuaciones lineales, polinomiales, fraccionarias y con valor absoluto.
5. Racionalizar el numerador y el denominador de expresiones algebraicas.
6. Resolver problemas que requieran la aplicación de ecuaciones.

II Parcial

1. Identificar características y propiedades de las rectas.
2. Determinar la ecuación de una recta ubicada en el plano cartesiano.
3. Determinar la ecuación de una recta paralela o perpendicular a otra recta dada.
4. Resolver problemas que involucren rectas.
5. Identificar características y propiedades de las parábolas.
6. Determinar la ecuación de una parábola.
7. Graficar una parábola a partir de su ecuación.
8. Aplicar transformaciones en la graficación de parábolas.
9. Resolver problemas que involucren parábolas.
10. Determinar las intersecciones de una parábola con los ejes.
11. Determinar la concavidad de una parábola a partir de la ecuación.
12. Aplicar los conceptos de eje de simetría y vértice de una parábola en la solución de problemas.
13. Determinar la ecuación de una circunferencia de centro y radio dado.
14. Determinar el centro y el radio de una circunferencia de ecuación dada.
15. Aplicar las relaciones que se establecen entre dos circunferencias coplanares o entre una circunferencia y una recta, de acuerdo con sus posiciones relativas, en la solución de ejercicios.
16. Resolver problemas que involucren circunferencias.
17. Identificar los conceptos básicos de las funciones.
18. Analizar la gráfica de una función dada.
19. Determinar el dominio máximo de funciones polinomiales, racionales y radicales.
20. Resolver operaciones que involucren suma, resta, división, multiplicación y composición de funciones.
21. Reconocer si una función es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva.
22. Aplicar transformaciones en la graficación de funciones en general.
23. Calcular el criterio de la función inversa para funciones polinomiales, racionales y radicales.

24. Reconocer las características de una función lineal.
25. Reconocer las características de una función cuadrática.
26. Resolver ejercicios y problemas que involucren funciones.
27. Resolver problemas que requieran la aplicación o interpretación de una función lineal o cuadrática.

III Parcial

1. Identificar y aplicar las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas.
2. Aplicar las propiedades de los logaritmos en la simplificación de expresiones.
3. Resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
4. Resolver problemas donde se encuentren involucradas las funciones exponenciales o logarítmicas.
5. Aplicar conceptos básicos de polígonos en la resolución de problemas y ejercicios.
6. Resolver problemas y ejercicios que involucren áreas y perímetros de polígonos.
7. Aplicar las características de los polígonos inscritos o circunscritos en la solución de ejercicios y problemas.
8. Aplicar las relaciones entre los elementos de los sólidos fundamentales en la solución de problemas.
9. Resolver problemas y ejercicios relacionados con el área lateral, área de la base, área total y volumen de los sólidos fundamentales.

IV Parcial

1. Aplicar los conceptos trigonométricos básicos en la resolución de problemas y ejercicios.
2. Aplicar las propiedades de la circunferencia trigonométrica en la resolución de problemas y ejercicios.
3. Identificar propiedades que cumplen las coordenadas de los puntos de la circunferencia trigonométrica.
4. Calcular las imágenes y preimágenes de un número real bajo cualquiera de las seis funciones trigonométricas a partir del par ordenado de la circunferencia trigonométrica asociado a ese número real.
5. Aplicar las identidades trigonométricas en la simplificación de expresiones.
6. Analizar las características de las seis funciones trigonométricas básicas.
7. Analizar gráficas de funciones trigonométricas.
8. Aplicar transformaciones en la graficación de funciones trigonométricas.
9. Analizar las características de las funciones trigonométricas inversas (arcoseno, arcocoseno y arcotangente) y sus gráficas.
10. Calcular los valores de las funciones trigonométricas de arcoseno, arcocoseno y arcotangente.
11. Determinar el conjunto solución de ecuaciones trigonométricas.

III. Contenidos

A continuación, se presentan en términos generales, los contenidos que serán evaluados en cada uno de los parciales.

Primer examen parcial

ÁLGEBRA	
Factorización	<ul style="list-style-type: none">• Factorización mediante: factor común, agrupación, inspección, diferencia de cuadrados, fórmulas notables, completar cuadrados, suma y diferencia de cubos, teorema del factor y división sintética, factorización mediante fórmula general, combinaciones de métodos.• Problemas relacionados con factorización.
Fracciones Racionales y Radicales	<ul style="list-style-type: none">• Operaciones con expresiones racionales: simplificación, multiplicación y división, suma y resta, combinación de operaciones y fracciones compuestas.• Racionalización: racionalización de numeradores y denominadores.
Ecuaciones	<ul style="list-style-type: none">• Conceptos básicos: incógnitas, constantes, solución, conjunto solución, propiedades de la igualdad y restricciones.• Solución en el conjunto de los números reales (o subconjuntos de este) de ecuaciones: lineales, cuadráticas, polinomiales, fraccionarias, radicales y con valor absoluto.
Inecuaciones	<ul style="list-style-type: none">• Conceptos básicos: desigualdades y sus propiedades, incógnitas, constantes, solución, conjunto solución y restricciones.• Solución en el conjunto de los números reales (o subconjuntos de este) de inecuaciones: lineales, cuadráticas, polinomiales, fraccionarias y con valor absoluto.
Problemas con ecuaciones	<ul style="list-style-type: none">• Problemas de: despeje, números, geometría, mezclas, velocidades, acciones simultáneas, oferta y demanda.

Segundo examen parcial

FUNCIONES Y GEOMETRÍA ANALÍTICA	
Geometría analítica	<ul style="list-style-type: none">● Rectas: verticales y horizontales, pendiente de una recta, ecuación de la recta (ecuación punto pendiente y ecuación general), cortes con los ejes, rectas paralelas y rectas perpendiculares, intersección de rectas, rectas crecientes y decrecientes, problemas relacionados con rectas.● Parábolas: parábola básica, opuesta de la parábola básica, traslaciones y transformaciones de la parábola básica, combinación de transformaciones, concavidad, vértice, rango, intersecciones con los ejes, eje de simetría, gráfica general de una parábola, problemas relacionados con parábolas, ecuación general de una parábola ($y = ax^2 + bx + c$) y ecuación canónica de la parábola ($y = a(x - h)^2 + k$).● Circunferencias: conceptos básicos (centro, radio, cuerda, diámetro, interior, exterior), posición de un punto respecto a una circunferencia, circunferencias y rectas, posiciones relativas entre dos circunferencias, ecuación de una circunferencia (general y canónica), punto medio y distancia entre puntos, cortes con los ejes, intersección de rectas y circunferencias, problemas relacionados con circunferencias.
Funciones	<ul style="list-style-type: none">● Conceptos generales: definición de función, dominio, codominio, preimagen, imagen, ámbito, gráfico, gráfica, variables dependiente e independiente.● Cálculo de preimágenes e imágenes, relaciones que no son funciones, dominio máximo, funciones iguales, asíntotas, máximos y mínimos, inecuaciones y signo, monotonía, análisis y construcción de gráficas, transformaciones de gráficas, funciones a trozos, operaciones con funciones, composición de funciones, inyectividad, sobreyectividad y biyectividad, función inversa y su gráfica.
Función lineal	<ul style="list-style-type: none">● Definición, propiedades de la función lineal, estudio completo y gráfica (en distintos dominios), problemas relacionados con función lineal.
Función cuadrática	<ul style="list-style-type: none">● Definición, propiedades de la función cuadrática, estudio completo y gráfica (en distintos dominios), problemas relacionados con función cuadrática.

Tercer examen parcial

FUNCIÓN EXPONENCIAL Y FUNCIÓN LOGARÍTMICA	
Función exponencial y logarítmica	<ul style="list-style-type: none">● Función Exponencial: definición, propiedades (gráfica, cortes con los ejes, asíntota horizontal, dominio, ámbito, concavidad, monotonía), transformaciones de gráficas, problemas y ejercicios que se resuelven con función exponencial. ● Función Logarítmica: definición, propiedades (gráfica, cortes con los ejes, asíntota vertical, dominio, ámbito, concavidad, monotonía), logaritmos especiales, transformaciones de gráficas, propiedades de los logaritmos, problemas y ejercicios que se resuelven con función logarítmica. ● Inversa de la función exponencial y logarítmica. ● Ecuaciones logarítmicas y exponenciales ● Aplicaciones de la función exponencial y logarítmica.
GEOMETRÍA	
Polígonos	<ul style="list-style-type: none">● Definición, clasificaciones, polígonos cóncavos y convexos, definiciones básicas, perímetros, teoremas sobre polígonos convexos, teoremas sobre polígonos regulares, polígonos inscritos y circunscritos, cuadriláteros. ● Regiones poligonales: área de triángulos, cuadriláteros y polígonos, razones entre líneas y áreas de los polígonos regulares, casos particulares (triángulo equilátero, cuadrado y hexágono).
Sólidos	<ul style="list-style-type: none">● Conceptos básicos: arista, diagonal, generatriz, etc. ● Cubos, cilindros, pirámides, prismas, conos y esferas. Área lateral, área basal y volumen.

Cuarto examen parcial

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS	
Conceptos básicos	<ul style="list-style-type: none">• Ángulo central, arcos, medidas de ángulos, conversión de grados a radianes y viceversa, longitud de arco, ángulos en posición estándar, coterminales y trigonometría en el triángulo rectángulo.• Circunferencia trigonométrica: Definición, características, cuadrantes, puntos asociados.• Definición de las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, cosecante, secante y cotangente).• Cálculo de valores trigonométricos.
Identidades trigonométricas	<ul style="list-style-type: none">• Por cociente, identidades pitagóricas, identidades de suma, resta y ángulo doble, ángulos negativos y ángulos complementarios. Simplificación de expresiones usando identidades trigonométricas.
Funciones trigonométricas	<ul style="list-style-type: none">• Funciones: seno, cosecante, arcoseno, coseno, secante y arcocoseno, tangente, cotangente y arcotangente.• Análisis de gráficas: dominio, ámbito, cortes con los ejes, monotonía, concavidad, signo.• Imágenes y preimágenes de funciones inversas trigonométricas.• Transformaciones de gráficas de seno y coseno: periodo, amplitud, traslaciones.
Ecuaciones trigonométricas	<ul style="list-style-type: none">• Resolución de ecuaciones en \mathbb{R} y cualquier subconjunto de este.

IV. Fecha de exámenes

Se efectuarán **cuatro exámenes parciales**. Las fechas de los exámenes parciales y demás aspectos importantes se muestran en el siguiente cuadro:

Examen	Valor	Fecha	Hora
I parcial	20%	Sábado 22 de abril	8:00 a.m.
II parcial	30%	Sábado 17 de junio	8:00 a.m.
III parcial	30%	Sábado 09 de setiembre	8:00 a.m.
IV parcial	20%	Sábado 28 de octubre	8:00 a.m.
Ampliación y Reposición		Sábado 18 de noviembre	8:00 a.m.

La fecha y hora de aplicación de las pruebas está sujeta a cambios por circunstancias de fuerza mayor. Se brindará esa información oportunamente por medio de la página del Proyecto MATEM o por correo electrónico.

V. Evaluación del curso

La calificación final del curso denominada nota de aprovechamiento (NA) es el promedio ponderado de las notas obtenidas que se traslada a una escala de 0 a 10 y se redondea conforme a lo establecido en el artículo 25 del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica.

Entonces, con base a la nota de aprovechamiento (NA) obtenida se tiene que:

- Si $NA < 5.75$, la persona estudiante no aprueba el curso.
- Si $5.75 \leq NA < 6.75$ y ha realizado los 4 exámenes parciales, la persona estudiante tiene derecho de hacer examen de ampliación (AM). Si la nota en AM ≥ 7 , aprueba el curso y la nota final será 7. Si en AM < 7 , la nota final será NA y reprueba el curso.
- Si la persona estudiante realizó **los cuatro exámenes parciales**, además obtuvo **una nota mayor o igual que 50 en el cuarto parcial** y la $NA \geq 6.75$, entonces su nota final es NA y aprueba el curso.
- Si la persona estudiante tiene $NA \geq 6.75$, pero **no obtuvo una nota de 50 en el IV parcial, debe reponer dicho examen** y obtener una **nota mayor o igual que 50** para que se le reconozca la condición de «aprobado», de lo contrario estará «reprobado» y su nota será 6.5.
- Si la persona estudiante tiene $NA \geq 6.75$, pero **no realizó los cuatro exámenes parciales, debe reponer el parcial que le falte**² obtener una nota mayor o igual que 50 para que se le reconozca la condición de «aprobado», de lo contrario estará «reprobado» y su nota será 6.5.

² Previa aprobación de la solicitud de reposición.

VI. Contactos:

- Teléfono 2511-5743
- Correo electrónico: matem.em@ucr.ac.cr
- Oficinas: 411-III FM y 441 FM (FM: Edificio Física-Matemática)

Cualquier otro aspecto o situación que no se haya tomado en cuenta aquí, será sometido a consideración por la coordinación del proyecto MATEM para su solución, en el momento oportuno se informarán las decisiones acordadas.

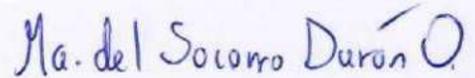
Atentamente,



Prof. Bryan González L.
Coordinador Precálculo
Décimo



Prof. José Manuel Acosta B.
Coordinador Precálculo
Undécimo



Prof. María del Socorro Durán O.
Coordinadora General
MATEM