



Universidad de Costa Rica

Escuela de Matemática

Proyecto MATEM 2023

<http://matem.emate.ucr.ac.cr/>

tel. (506) 2511-5743

MATEM

Matemática Para la Enseñanza Media



Programa del curso: Cálculo MATEM 2023

El presente documento está dirigido a las personas estudiantes, padre/madre de familia o persona encargada y a las personas docentes de cálculo con el fin de informarles sobre los principales aspectos del curso, entre ellos se destacan los lineamientos del Proyecto MATEM, distribución de contenidos por exámenes parciales y fechas importantes. Le sugerimos leerlo detenidamente y consultar cualquier duda sobre la información que aquí se detalla.

Este curso tiene como propósito ofrecerles a las personas estudiantes un programa que les demande un mayor esfuerzo de pensamiento lógico matemático, pero a la vez, estimule una serie de aptitudes que contribuyan en su formación. Se espera que esto favorezca su rendimiento académico en general, permita que se obtengan mejores resultados en el examen del MEP, así como los elementos necesarios para enfrentar positivamente el estudio de la matemática en la educación superior.

Este curso abarca conocimientos de límites, continuidad, derivabilidad e integración propios de cursos universitarios y que permiten afrontar con mayor éxito otros cursos universitarios de matemáticas. Los contenidos mencionados en este documento responden a un convenio entre las universidades estatales y por tal razón son reconocidas en las mismas una vez que el estudiante las apruebe e ingrese a la universidad.

I. Normas del Proyecto MATEM

A continuación, se detallan aspectos administrativos del proyecto:

1. Para poder inscribirse en el curso de Cálculo I del Proyecto MATEM es requisito tener aprobado el curso de MA0125 Matemática Elemental (Precálculo).
2. El único nexo entre los colegios y la coordinación del proyecto MATEM será la persona docente responsable del grupo; es decir, **la persona estudiante, su padre/madre o persona encargada deberán tramitar cualquier duda o solicitud a través de la persona docente.** Por lo tanto, no se aceptará ningún reclamo o solicitud que se haga por cualquier otra vía.

3. Es responsabilidad de la persona docente tutora del colegio mantener estrecha comunicación con la coordinación del proyecto, puede comunicarse mediante correo electrónico, llamada telefónica o de forma presencial en la oficina.
4. Las personas docentes y estudiantes pueden acceder a información relacionada con el curso desde las siguientes plataformas:
 - Página web de MATEM: [Proyecto MATEM \(ucr.ac.cr\)](http://ProyectoMATEM(ucr.ac.cr))
 - Página de Facebook: [MATEM UCR | San Pedro | Facebook](https://www.facebook.com/MATEMUCR/)
 - Canal de YouTube: [MATEM UCR - YouTube](https://www.youtube.com/channel/UCR-Global)
 - UCR Global: [UCR Global: Ingresar al sitio](http://www.ucr.ac.cr)
5. Si la persona estudiante aprueba el curso se le brindará un certificado. Además, si ingresa a la Universidad de Costa Rica, la coordinación del proyecto MATEM realizará el trámite administrativo correspondiente para el reconocimiento del curso. Ni la persona docente ni la persona docente deben realizar trámite alguno.

Con respecto a las pruebas (exámenes):

6. La aplicación de las pruebas será en modalidad **presencial**. Antes de cada examen se publicará la lista de aulas y sedes de aplicación.
7. En caso de que la Universidad de Costa Rica, o bien las autoridades sanitarias del país, declaren restricciones que impidan la presencialidad de las pruebas, éstas serán trasladadas a modalidad virtual, y serán aplicadas mediante la plataforma UCR Global. Otras indicaciones particulares en relación con las aplicaciones de la prueba virtual serán enviadas oportunamente.
8. Las pruebas estarán conformadas por ítems de selección única, desarrollo, respuesta corta o cualquier otro tipo de ítem. La cantidad de puntos, duración y estructura de la prueba se indicará una semana antes de la aplicación de la prueba.
9. La persona estudiante debe llegar al menos quince minutos antes de la hora establecida para el inicio de la prueba con la finalidad de cumplir con los protocolos para el ingreso a la institución. No se permitirá el ingreso de personas estudiantes treinta minutos después del inicio de la prueba ni tampoco la salida de personas estudiantes en ese periodo de tiempo. A quienes lleguen tarde no se les repondrá el tiempo perdido.
10. Durante la aplicación de la prueba, la persona estudiante debe apagar y mantener guardado en el bulto o bolso su teléfono celular, reloj inteligente, audífonos o cualquier otro aparato electrónico, así como cualquier otra pertenencia que porte. El bulto o bolso debe colocarse debajo del asiento.
11. La persona estudiante tiene la obligación de **portar en físico su identificación para poder realizar cada una de las pruebas**. Puede presentar la tarjeta de identificación de menores (TIM), la cédula de identidad, pasaporte o carné del colegio. Si la persona estudiante no porta su identificación, no podrá efectuar la prueba y ésta no será justificación para la reposición de la misma. Además, la persona estudiante debe **saber el número de identificación (código) que se le asignó en el proyecto**. Los inconvenientes que sucedan en caso de no saberlo son responsabilidad únicamente de la persona estudiante.

12. La persona estudiante debe presentarse al examen con los siguientes materiales: cuaderno de examen, lápiz de grafito negro número 2, bolígrafo de tinta azul o negra, borrador, tajador y calculadora científica no programable. Estos materiales son de uso personal por lo que no se permitirá compartir materiales con otras personas. No se permite el empleo de útiles como diccionario, hojas adicionales y otros.
13. La persona aplicadora revisará la identificación de la persona estudiante, así como su cuaderno de examen.
14. La persona aplicadora de la prueba escribirá en la pizarra la hora de inicio y de fin del examen, así como la hora de aviso, que será faltando 30 minutos para que se finalice la prueba.
15. La persona estudiante debe presentarse con su cuaderno de examen, de modo que en la portada aparezcan los siguientes datos: nombre completo, nombre del colegio, código del alumno, fecha, número de examen (I, II, III o IV parcial) y la tabla que el Proyecto le indicará previamente a la persona docente encargada, y que sirve para registrar el puntaje obtenido por pregunta durante la calificación.
16. La persona estudiante no puede tener hojas sueltas ni dos o más cuadernos de examen a la vez. Si se le acaba el cuaderno que estaba usando, debe solicitar a la persona aplicadora el permiso para sacar otro cuaderno de examen. Ese nuevo cuaderno también será revisado. La persona estudiante puede tener una hoja cuadriculada pegada con goma al cuaderno de examen, en el caso de las pruebas para las cuales esto se requiera. No podrá utilizarla si está suelta.
17. Si la persona estudiante desea entregar su examen antes del tiempo establecido, debe levantar la mano e indicárselo a la persona aplicadora.
18. Si durante la aplicación de los exámenes una persona estudiante comete o intenta hacer fraude, se procederá con la anulación de la prueba y se le asignará cero de nota en dicha prueba.
19. Si con debida justificación la persona estudiante faltara a un examen, entonces tendrá derecho a la reposición que se realizará al finalizar el curso en la Sede Rodrigo Facio. Para solicitar el examen de reposición, se debe llenar la **boleta de solicitud de reposición de examen** (se puede descargar de la página de MATEM) y anexar a ésta la documentación que justifica la ausencia. Dichos documentos deberán ser entregados a la coordinación del Proyecto por la persona docente con un máximo de tres días hábiles, después de haber sido aplicado el examen al que faltó a la coordinación del Proyecto MATEM, para su valoración.
20. Las razones que se consideran justificadas en el Proyecto MATEM para faltar a una prueba son las siguientes:
 - Las indicadas en el artículo 24 del capítulo I del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica: **“la muerte de un pariente hasta de segundo grado, la enfermedad del estudiante u otra situación de fuerza mayor o caso fortuito”**.

Además, el Proyecto MATEM acepta como razones justificadas las siguientes:

- Si la persona estudiante tiene una participación en un **evento académico o deportivo en el que represente a su institución educativa** el día del examen de MATEM, o bien, que por la ubicación de la sede del evento le sea imposible presentarse a la prueba.
- Si la persona estudiante es convocada a realizar, el día del examen de MATEM, una **prueba de admisión o que sea requisito de ingreso a un centro de educación superior.**
- Cualquier otra justificación se someterá a revisión por la coordinación del proyecto MATEM.

NO se justifican ausencias a un examen por motivos de viaje ni por actividades programadas por la institución como por ejemplo bailes de graduación, convivencias u otros.

21. **Las personas docentes deben retirar los exámenes calificados** en el momento que la coordinación se los indique, lo cual ocurrirá con un máximo de diez días hábiles después de ser aplicados, a menos que se de alguna situación en particular que imposibilite la entrega en ese intervalo de tiempo. También se puede autorizar a otra persona mayor de edad a retirar los exámenes, enviando previamente un correo electrónico donde se incluya el nombre completo y número de cédula de la persona encargada.
22. En caso de existir apelaciones debido a la calificación de una o varias preguntas del examen de alguna persona estudiante, la persona docente deberá presentar ante la coordinación la **boleta de apelación¹** con todos los datos que se solicitan, además, **adjuntar el examen original del estudiante, el cual debe estar realizado con lapicero de tinta indeleble de color azul o negro, en caso de examen presencial; si la evaluación es en modalidad virtual, se debe adjuntar la foto de la pregunta.** Para dichas apelaciones se tienen cinco días hábiles de tiempo, posterior a la entrega de las pruebas calificadas.

¹ Se puede descargar de la página de MATEM.

II. Objetivos

Esta sección corresponde a una guía que el docente puede utilizar para desarrollar los contenidos de cada parcial.

I examen parcial

1. Aplicar la noción de límite de una función para un valor dado, considerando la solución a dos problemas: ¿Cómo determinar la recta tangente a una curva? ó ¿cómo determinar la velocidad que toma un objeto en un instante dado?
2. Aplicar la definición de límite de una función, para un valor dado, a través de representaciones gráficas.
3. Determinar la no existencia del límite de una función, para un valor dado, a través de representaciones gráficas.
4. Determinar la existencia del límite de una función, para un valor dado, a través de la existencia de los límites laterales para ese valor.
5. Aplicar los teoremas básicos de límites (propiedades).
6. Utilizar los procesos de simplificación y racionalización en el cálculo de límites.
7. Aplicar el teorema del valor intermedio para el cálculo de límites.
8. Determinar límites que no existen pero que tienden al infinito.
9. Analizar límites de la forma $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
10. Determinar la ecuación de asíntotas verticales y horizontales.
11. Utilizar el teorema de intercalación para calcular $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \lim_{x \rightarrow a} f(x)$.
12. Determinar las condiciones para que una función sea continua en un punto.
13. Analizar la continuidad de una función en un intervalo.
14. Determinar la derivada de una función en un valor dado.
15. Aplicar la derivada de una función en la resolución de problemas.
16. Deducir la función derivada usando la definición.
17. Aplicar los teoremas sobre derivadas.
18. Determinar las derivadas de las funciones: exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.
19. Aplicar la regla de la cadena para calcular la derivada de funciones compuestas.

II examen parcial

1. Calcular la derivada de funciones dadas implícitamente.
2. Aplicar las derivadas de funciones trigonométricas inversas.
3. Calcular derivadas de orden superior.
4. Utilizar la derivación logarítmica para determinar la derivada de funciones dadas.
5. Resolver problemas utilizando las razones relacionadas.
6. Establecer el máximo y el mínimo absoluto de una función en un intervalo cerrado.
7. Aplicar el teorema de Rolle y el teorema del Valor medio en la solución de problemas.
8. Aplicar la regla de L'Hôpital en el cálculo de límites cuya forma sea indeterminada.
9. Determinar intervalos de monotonía y concavidad de una función aplicando el signo de su primera y segunda derivada.
10. Graficar funciones.
11. Resolver problemas optimizando la función que lo describe.

III examen parcial

1. Calcular la antiderivada de una función.
2. Aplicar las reglas básicas de integración para el cálculo de la integral.
3. Calcular la integral indefinida de una función dada.
4. Resolver ecuaciones diferenciales simples
5. Calcular sumatorias.
6. Calcular integrales definidas usando la definición.
7. Aplicar las propiedades de la integral definida para el cálculo de integrales.
8. Aplicar el teorema fundamental del cálculo parte uno y parte dos.
9. Calcular integrales definidas e indefinidas utilizando como técnica la sustitución.
10. Resolver problemas aplicando integrales definidas relacionadas al área entre curvas y volúmenes de sólidos por revolución.

IV examen parcial

1. Calcular integrales definidas e indefinidas usando como técnica la integración por partes.
2. Calcular integrales trigonométricas, ya sean definidas o indefinidas.
3. Calcular integrales definidas e indefinidas usando como técnica la sustitución trigonométrica.
4. Calcular integrales definidas e indefinidas usando como técnica fracciones parciales.
5. Calcular integrales definidas e indefinidas usando como técnica la sustitución $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$.
6. Calcular integrales definidas e indefinidas usando las diferentes técnicas estudiadas.
7. Extender la noción de integral definida a la noción de integral impropia.
8. Analizar la convergencia o divergencia de integrales de primera, segunda o tercera especie.
9. Calcular integrales de primera, segunda o tercera especie.

III. Contenidos

A continuación, se presentan, en términos generales, los contenidos que serán evaluados en cada uno de los parciales.

I examen parcial	LÍMITES Y CONTINUIDAD	El concepto intuitivo de límite. La existencia o no existencia del límite de una función en un punto dado. Cálculo de límites utilizando los teoremas básicos de límites. Teorema del valor intermedio Límites infinitos, asíntotas verticales. Límites al infinito, asíntotas horizontales. Límites de funciones trigonométricas y límites trigonométricos especiales. Cálculo de límites de algunas formas indeterminadas Teorema de intercalación. Continuidad.
	DERIVADAS	La derivada de una función en un punto dado. Interpretaciones de la derivada (problemas de rectas tangentes, rectas normales o rectas paralelas). La derivada como función. Reglas de derivación (suma, resta, multiplicación y división) Derivadas de funciones trigonométricas. Derivadas de funciones exponenciales y logarítmicas. Regla de la cadena.
II examen parcial	DERIVADAS	Derivación implícita. Derivadas de orden superior. Derivadas de funciones logarítmicas. Derivadas de funciones trigonométricas inversas. Razones de cambio relacionadas.
	APLICACIONES DE LAS DERIVADAS	Valores máximos y mínimos (relativos o absolutos) de una función. Teorema del valor extremo. El teorema de los valores intermedios. Teorema de Rolle y Teorema del Valor Medio. Regla de L'Hôpital Intervalos de monotonía y concavidad de una función. Gráfica de funciones. Problemas de optimización.
III examen parcial	INTEGRALES	Antiderivada de una función. Integral indefinida de una función. Integral definida. Integración por sustitución. Teorema fundamental del Cálculo (I y II parte). Área entre curvas. Volúmenes de sólidos por revolución.
IV examen parcial	TÉCNICAS DE INTEGRACIÓN	Integración por sustitución (nuevamente). Integración por partes. Integrales de funciones trigonométricas. Sustitución trigonométrica. Integración de funciones racionales mediante fracciones parciales. Sustitución para las funciones racionales del seno y del coseno. Integración de expresiones en las que se combinen los métodos estudiados anteriormente.
	INTEGRALES IMPROPIAS	Integrales de primera, segunda y tercera especie.

IV. Fecha de exámenes

Se efectuarán **cuatro exámenes parciales**. Las fechas de los exámenes parciales y demás aspectos importantes se muestran en el siguiente cuadro:

Examen	Valor	Fecha	Hora
I parcial	20%	Sábado 22 de abril	8:00 a.m.
II parcial	30%	Sábado 17 de junio	8:00 a.m.
III parcial	20%	Sábado 09 de setiembre	8:00 a.m.
IV parcial	30%	Sábado 28 de octubre	8:00 a.m.
Reposición y Ampliación		Sábado 18 de noviembre	8:00 a.m.

NOTA: La fecha y hora de aplicación de las pruebas, así como de modalidad presencial a virtual, está sujeto a cambios por circunstancias de fuerza mayor. Se brindará esa información oportunamente por medio de la página del Proyecto MATEM o por correo electrónico.

V. Evaluación del curso

La calificación final del curso denominada nota de aprovechamiento (NA) es el promedio ponderado de las notas obtenidas que se traslada a una escala de 0 a 10 y se redondea conforme a lo establecido en el artículo 25 del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica.

Entonces, con base a la nota de aprovechamiento (NA) obtenida se tiene que:

- Si $NA < 5.75$, la persona estudiante no aprueba el curso.
- Si $5.75 \leq NA < 6.75$ y ha realizado los 4 parciales, la persona estudiante tiene derecho de hacer examen de ampliación (AM). Si la nota en AM ≥ 7 , aprueba el curso y la nota final será 7. Si en AM < 7 , la nota final será NA y reprueba el curso.
- Si la persona estudiante **realizó los cuatro exámenes parciales**, además obtuvo una **nota mayor o igual a 50 en el cuarto parcial** y la $NA \geq 6.75$, entonces su nota final es NA y aprueba el curso.
- Si la persona estudiante realizó los cuatro exámenes parciales y $NA \geq 6.75$, pero **no obtuvo una nota de 50 en el IV parcial, debe reponer dicho examen** y obtener una **nota mayor o igual que 50** para que se le reconozca la condición de «aprobado», de lo contrario estará «reprobado» y su nota será 6.5.
- Si la persona estudiante tiene $NA \geq 6.75$, pero **no realizó los cuatro exámenes parciales, debe reponer el parcial que le falte²** obtener una nota mayor o igual que 50 para que se le reconozca la condición de «aprobado», de lo contrario estará «reprobado» y su nota será 6.5.

² Previa aprobación de la solicitud de reposición.

VI. Contactos:

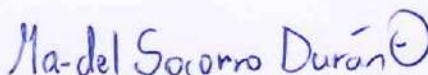
- Teléfono 2511-5743
- Correo electrónico: matem.em@ucr.ac.cr
- Oficinas: 411-III FM y 441 FM (FM: Edificio Física-Matemática)

Cualquier otro aspecto o situación que no se haya tomado en cuenta aquí, será sometido a consideración por la coordinación del proyecto MATEM para su solución, en el momento oportuno se informarán las decisiones acordadas.

Atentamente,



Prof. Arlene Artavia Acuña
Coordinador Cálculo



Prof. María del Socorro Durán O.
Coordinadora General
MATEM