

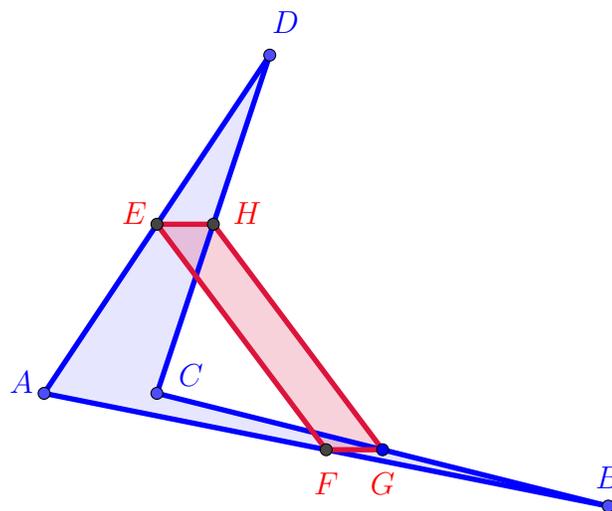


UNIVERSIDAD DE  
COSTA RICA

**EMat** Escuela de  
Matemática



Precálculo - Undécimo  
III Examen parcial 2019



Nombre: \_\_\_\_\_

Colegio: \_\_\_\_\_

Código: \_\_\_\_\_

Fórmula:1

Miércoles 4 de setiembre

## Instrucciones

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de una única parte de selección única (48 puntos).
4. El examen debe ser contestado en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto. Fírmela en el espacio correspondiente utilizando bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
5. En la hoja para respuestas, usted deberá rellenar con **lápiz**, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
6. No se permite el uso de calculadora científica o programable. La calculadora que puede utilizar es la que contiene únicamente las operaciones básicas.

## Selección única

1. Considere la función  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^x$ . ¿Cuál es el ámbito de  $g$ ?
  - A)  $]2, +\infty[$
  - B)  $] -\infty, 2[$
  - C)  $] -2, +\infty[$
  - D)  $] -\infty, -2[$
  
2. El dominio máximo de la función  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3^{x-2}$  es
  - A)  $\emptyset$
  - B)  $\mathbb{R}$
  - C)  $] -\infty, 2[$
  - D)  $]2, +\infty[$
  
3. Considere la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2^x - 11$ . ¿Cuál de los siguientes números **no** tiene preimagen?
  - A) 0
  - B) 1
  - C) -10
  - D) -12

4. Si el punto de coordenadas  $(b, 1)$  pertenece al gráfico de una función cuyo criterio es  $f(x) = \frac{3^{3-x} - 1}{2}$  entonces el valor de  $b$  es

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 4

5. Considere la función  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ . Si el ámbito de  $f$  es  $\left[\frac{8}{27}, \frac{9}{4}\right]$ , entonces el conjunto  $A$  corresponde a

- A)  $[-3, 2[$
- B)  $] -2, 3]$
- C)  $] -3, 2]$
- D)  $[-2, 3[$

6. Considere la función creciente  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -a^x + 5$  y analice las siguientes proposiciones:

I.  $a$  puede ser  $\frac{7}{2}$ .

II. El ámbito de  $f$  es  $] -\infty, 5[$ .

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

7. Considere la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -3 \cdot 3^x + k$ . Si la gráfica de  $f$  interseca al eje  $X$  en  $(3, 0)$ , ¿cuál es el valor de  $k$ ?
- A) 27
  - B) 81
  - C) -27
  - D) -81
8. Considere la función  $f : ]2, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \log_2(x - 2) - 3$ . La asíntota de la gráfica de  $f$  corresponde a la recta
- A)  $x = -2$
  - B)  $x = -3$
  - C)  $x = 2$
  - D)  $x = 3$
9. Considere la función  $g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ , con  $g(x) = \ln(ex)$ . El valor de  $g(e^2) + g(1)$  es igual a
- A) 4
  - B) 3
  - C) 2
  - D) 1

10. Considere la función  $s : ]-1, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  con  $s(x) = \log(x+1)$ . El corte con el eje  $Y$  de la gráfica de  $s$  corresponde al punto de coordenadas

- A)  $(0, 0)$
- B)  $(0, 1)$
- C)  $(0, 10)$
- D)  $(0, -1)$

11. Una función  $h$  está definida en su dominio máximo y es decreciente. ¿Cuál de los siguientes criterios puede ser el de  $h$ ?

- A)  $h(x) = \ln x$
- B)  $h(x) = -\log_{\frac{1}{2}} x$
- C)  $h(x) = -\log_2 x$
- D)  $h(x) = \ln(x) - 1$

12. Considere la función  $j : A \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $j(x) = \log_2(x-5)$ . El conjunto  $A$  puede ser

- A)  $]0, 10[$
- B)  $[5, +\infty[$
- C)  $] -\infty, 5[$
- D)  $]10, +\infty[$

13. Considere la función  $f : \left] \frac{1}{2}, +\infty \right[ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln(2x - 1) - 3$ . El corte de la gráfica de  $f$  con el eje  $X$  es

A)  $(2e^3 - 1, 0)$

B)  $(2e^3 + 1, 0)$

C)  $\left(\frac{e^3 - 1}{2}, 0\right)$

D)  $\left(\frac{e^3 + 1}{2}, 0\right)$

14. Si  $f$  es una función biyectiva tal que  $f(x) = \log(x + 1) + 3$ , entonces el criterio de  $f^{-1}$  es igual a

A)  $f^{-1}(x) = 10^{x+3} - 1$

B)  $f^{-1}(x) = 10^{x-3} - 1$

C)  $f^{-1}(x) = 10^{x-3} + 1$

D)  $f^{-1}(x) = \log(x - 3) - 1$

15. La expresión  $e^{\ln(x^2)+3\ln x}$  es igual a

A)  $5x$

B)  $x^5$

C)  $5 \ln x$

D)  $\ln(x^5)$

Para los ítems 16,17 y 18, considere la siguiente tabla de valores logarítmicos:

$x$	$\log x$
2	0,301
3	0,477
5	0,699

16. El valor de  $\log\left(\frac{3}{10}\right)$  es aproximadamente

- A) 0,875
- B) 1,477
- C)  $-0,523$
- D)  $-0,875$

17. El valor de  $\log_4 5$  es aproximadamente

- A) 0,0970
- B) 0,8612
- C) 1,8612
- D) 1,1611

18. El valor de  $\log(225)$  es aproximadamente

- A) 1,383
- B) 2,301
- C) 2,352
- D) 2,653

19. Si  $x$  y  $z$  son números reales positivos, la expresión  $\frac{\log x}{3} - 3 \log z$  es equivalente a

A)  $\log\left(\frac{x}{9z}\right)$

B)  $\log\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{z^3}\right)$

C)  $\log\left(\frac{x}{3} - 3z\right)$

D)  $\log(\sqrt[3]{x} - z^3)$

20. La expresión  $\frac{(\ln x)^2}{\ln(x^2)}$  es equivalente a

A)  $\frac{2}{\ln(x)}$

B)  $\ln\left(\frac{x}{2}\right)$

C)  $\ln(\sqrt{x})$

D)  $2 \ln(x)$

21. La solución de la ecuación  $4^x + 4^x + 4^x + 4^x = 32$  es igual a

A)  $\frac{3}{2}$

B)  $\frac{2}{3}$

C)  $\frac{-2}{3}$

D)  $\frac{-3}{2}$

22. La solución de  $\frac{1}{2^{-1} \cdot 4^{x-3}} = \frac{1}{(0,5)^{-3x}}$  es igual a

- A) 2
- B) 3
- C) -6
- D) -7

23. La solución de  $\log_3(x+2) + \log_3(2x+7) = 3$  es

- A) 1
- B) 6
- C)  $\frac{-1}{2}$
- D)  $\frac{-13}{2}$

24. Si el conjunto solución de la ecuación  $9^{2x+k} = \sqrt{3^x}$  es  $S = \left\{ \frac{20}{7} \right\}$ , entonces el valor de  $k$  es

- A) 5
- B)  $\frac{1}{5}$
- C) -5
- D)  $\frac{-1}{5}$

25. La solución de la ecuación  $\ln\left(\frac{x}{2} + 14,5\right) = 5 \cdot \ln 4$  es un número
- A) positivo y menor que 1.
  - B) positivo y mayor que 1.
  - C) negativo y menor que  $-1$ .
  - D) negativo y mayor que  $-1$ .
26. La solución de  $\log_2(x + 3) + 1 = 0$  es un número que pertenece al intervalo
- A)  $] -6, -3[$
  - B)  $] -3, 0[$
  - C)  $] 0, 3[$
  - D)  $] 3, 6[$
27. El conjunto solución de la ecuación  $\log(2x - 1) = \log(x - 5)$  es igual a
- A)  $\emptyset$
  - B)  $\mathbb{R}$
  - C)  $\{-4\}$
  - D)  $\mathbb{R} - \{-4\}$

28. Si un comerciante predice que el poder de compra  $B(t)$  de una unidad monetaria a los  $t$  años a partir de hoy será  $B(t) = (0,95)^t$ , entonces el poder de compra será la mitad dentro de aproximadamente

Use  $\log(2) \approx 0,301$  y  $\log(0,95) \approx -0,022$

- A) 15 años  
B) 7,4 años  
C) 3,5 años  
D) 13,5 años
29. Si se colocan 80 mg de un material radioactivo en un reactor nuclear, la cantidad  $N$  de miligramos presente después de  $t$  años, debido a la desintegración, está dada por  $N(t) = 80 \cdot 2^{-0,5 \cdot t}$ . Para que la cantidad restante del material radioactivo sea de 10 mg debe transcurrir
- A) 1,5 años  
B) 2,5 años  
C) 12 años  
D) 6 años
30. El grado de acidez o  $pH$  de una sustancia se define como  $pH = -\log[H^+]$ , donde  $[H^+]$  es la concentración de iones de hidrógeno medida en moles por litro ( $M$ ). Si en una lluvia ácida, medida en Escocia en 1974, la concentración de iones de hidrógeno era de aproximadamente  $(1000)^{\frac{-4}{5}} M$ , entonces su  $pH$  era de

- A)  $-2,4$   
B)  $2,4$   
C)  $3,6$   
D)  $0,8$

31. La energía  $E$  (en ergs) liberada durante un temblor de magnitud  $R$  en la escala Richter se puede calcular mediante la fórmula  $\log(E) = 11,4 + 1,5 \cdot R$ . La energía liberada en un temblor que tuvo una magnitud de 8,4 en la escala de Richter es la siguiente
- A) 240
  - B)  $10^{24}$
  - C)  $24^{10}$
  - D)  $\log(24)$
32. En un polígono regular cada ángulo central mide  $24^\circ$ , entonces desde cada vértice se puede trazar la siguiente cantidad de diagonales
- A) 12
  - B) 15
  - C) 18
  - D) 24
33. La apotema de un polígono regular de cuatro lados mide  $10\text{ cm}$ . Entonces, el área de ese polígono es, en  $\text{cm}^2$
- A) 50
  - B) 100
  - C) 200
  - D) 400

34. Si un polígono tiene en total 54 diagonales, entonces su cantidad de lados  $n$  cumple que

- A)  $5 < n < 10$
- B)  $10 < n < 15$
- C)  $15 < n < 20$
- D)  $20 < n < 25$

35. Si el radio de la circunferencia inscrita a un polígono regular de tres lados mide  $12 \text{ cm}$ , entonces el lado del polígono mide

- A)  $12\sqrt{3} \text{ cm}$
- B)  $24\sqrt{3} \text{ cm}$
- C)  $36 \text{ cm}$
- D)  $18 \text{ cm}$

36. La suma de los ángulos internos de un dodecágono regular es igual a

- A)  $2700^\circ$
- B)  $2160^\circ$
- C)  $1800^\circ$
- D)  $1620^\circ$

37. En un nonágono regular el diámetro de la circunferencia circunscrita mide  $20 \text{ cm}$  entonces la medida, en centímetros, del radio de la circunferencia inscrita es

A)  $10 \cdot \cos 40^\circ$

B)  $10 \cdot \cos 20^\circ$

C)  $10 \cdot \sen 40^\circ$

D)  $10 \cdot \sen 20^\circ$

38. Si el perímetro de un hexágono regular circunscrito a una circunferencia es  $\frac{6\sqrt{3}}{\pi}$ , entonces la longitud de dicha circunferencia es

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

39. El perímetro de un triángulo equilátero es  $60 \text{ cm}$ . ¿Cuál es el área de ese triángulo?

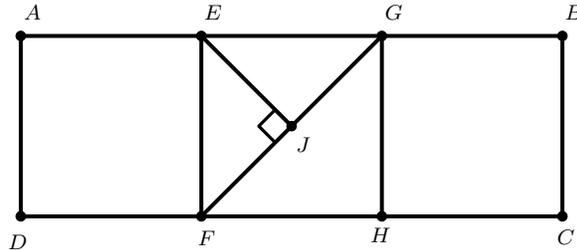
A)  $50\sqrt{3} \text{ cm}^2$

B)  $100\sqrt{3} \text{ cm}^2$

C)  $200\sqrt{3} \text{ cm}^2$

D)  $\frac{100}{3}\sqrt{3} \text{ cm}^2$

40. En la figura  $ABCD$  es un rectángulo formado por tres cuadrados congruentes. Si el perímetro del rectángulo es  $40\sqrt{2}$ , entonces el perímetro del polígono  $AGFD$  es aproximadamente



- A) 30,56  
 B) 35,25  
 C) 36,20  
 D) 38,20
41. Si el área de un hexágono regular es  $225\sqrt{3} \text{ cm}^2$  entonces su radio mide
- A) 30  $\text{cm}$   
 B) 20  $\text{cm}$   
 C)  $5\sqrt{6} \text{ cm}$   
 D)  $5\sqrt{3} \text{ cm}$
42. Si el volumen de una esfera es de  $32\pi \text{ cm}^3$ , entonces el radio de la esfera mide, en  $\text{cm}$
- A) 8  
 B)  $\sqrt{24}$   
 C)  $8\sqrt[3]{3}$   
 D)  $2\sqrt[3]{3}$

43. El área total de un cilindro de altura  $10\text{ cm}$  y volumen  $250\pi\text{ cm}^3$  es
- A)  $25\pi\text{ cm}^2$
  - B)  $35\pi\text{ cm}^2$
  - C)  $125\pi\text{ cm}^2$
  - D)  $150\pi\text{ cm}^2$
44. Si el volumen de un cono circular recto es igual a  $196\pi\text{ cm}^3$  y la altura del cono es  $12\text{ cm}$ , entonces el diámetro de la base mide
- A)  $7\text{ cm}$
  - B)  $14\text{ cm}$
  - C)  $28\text{ cm}$
  - D)  $49\text{ cm}$
45. La altura de un prisma recto mide  $15\text{ cm}$ . Si la base de dicho prisma es un hexágono regular de lado  $12\text{ cm}$ , ¿cuál es aproximadamente su volumen?
- A) 1870,61
  - B) 3166,19
  - C) 5611,84
  - D) 5923,61

46. El área total de una pirámide regular de base cuadrada es  $48 \text{ cm}^2$ . Si la altura de cada una de sus caras triangulares es igual al lado de la base entonces el volumen de la pirámide es

A)  $\frac{64}{3} \text{ cm}^3$

B)  $\frac{32\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$

C)  $\frac{32\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$

D)  $32\sqrt{3} \text{ cm}^3$

47. Si un cubo de lado  $12 \text{ cm}$  se inscribe en una esfera, entonces el radio de la esfera mide

A)  $6\sqrt{2}$

B)  $6\sqrt{3}$

C)  $12\sqrt{2}$

D)  $12\sqrt{3}$

48. En una caja de base rectangular sin tapa, las dimensiones de la base están en la razón  $2 : 3$  y la altura mide  $5 \text{ dm}$ . Si el volumen del paralelepípedo es  $270 \text{ dm}^3$ , entonces el perímetro de la base es

A)  $90 \text{ dm}$

B)  $45 \text{ dm}$

C)  $30 \text{ dm}$

D)  $15 \text{ dm}$

*Fin del examen*



UNIVERSIDAD DE  
COSTA RICA

**EMat** Escuela de  
Matemática

## Proyecto MATEM - Precálculo - Undécimo III Examen parcial 2019- Respuestas

Miércoles 4 de setiembre

### I parte: Selección única

1. C	13. D	25. B	37. B
2. B	14. B	26. B	38. C
3. D	15. B	27. A	39. B
4. C	16. C	28. D	40. D
5. C	17. D	29. D	41. C
6. D	18. C	30. B	42. D
7. B	19. B	31. B	43. D
8. C	20. C	32. A	44. B
9. A	21. A	33. D	45. C
10. A	22. D	34. B	46. C
11. C	23. A	35. B	47. B
12. D	24. C	36. C	48. C