

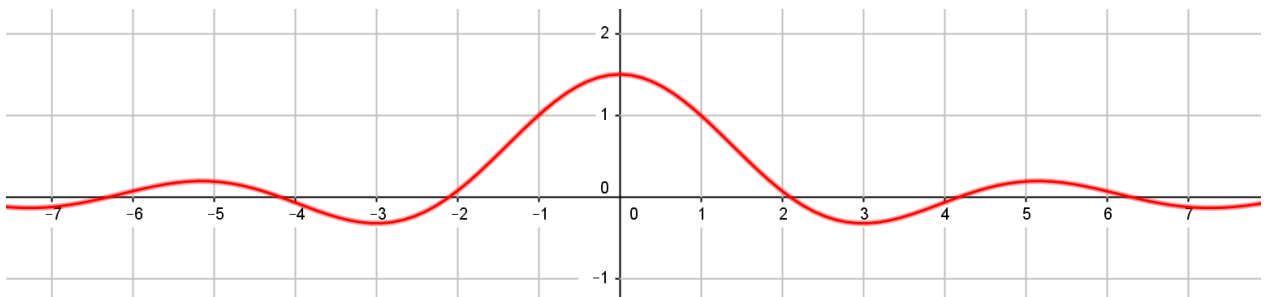


UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática



Precálculo undécimo
II Examen Parcial 2017



Nombre: _____

Colegio: _____

Código: _____

Fórmula: 1

Sábado 17 de junio

Instrucciones

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de tres partes. La primera de ellas es de selección única (32 puntos), la segunda de complete (6 puntos) y tercera es de desarrollo (15 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. En los ítems de selección, usted deberá rellenar con lápiz, en la hoja de respuestas, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
7. En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna pregunta está desordenada, ésta no se calificará.
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. Las ecuaciones, a menos que se indique lo contrario, deben resolverse en el conjunto de los números reales.
11. Trabaje con calma. Le deseamos el mayor de los éxitos.

Selección única

1. ¿Cuál de los siguientes conjuntos contiene a todas las soluciones de la inecuación $(x - 13)(x + 1)(x - 4) < 0$?
 - A) $[6, 10]$
 - B) $[-10, 6]$
 - C) $]4, +\infty[$
 - D) $] -\infty, 13[$

2. El conjunto solución de $-x^2 - 2x \geq 4$ corresponde a
 - A) \emptyset
 - B) \mathbb{R}
 - C) $\{-4, 1\}$
 - D) $\mathbb{R} - \{-4, 1\}$

3. El conjunto solución de $(2x - 1)^8 \cdot (x^2 + 1)^3 \leq 0$ es igual a
 - A) \emptyset
 - B) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$
 - C) $[-1, 1]$
 - D) $] -\infty, -1] \cup [1, +\infty[$

4. Una solución de $\frac{4-x}{x-3} > 0$ corresponde a

A) 4

B) $\frac{7}{2}$

C) -4

D) $\frac{-7}{2}$

5. El conjunto solución de $x < \frac{4}{x}$ corresponde a

A) $] -2, 2[$

B) $] -\infty, 2[$

C) $] -2, 0[\cup] 2, +\infty[$

D) $] -\infty, -2[\cup] 0, 2[$

6. Si $P(x)$, $Q(x)$ y $R(x)$ son polinomios tales que, el conjunto solución de

- $P(x) \leq 0$ es $] -\infty, -3]$

- $Q(x) \geq 0$ es $] -\infty, 1]$

- $R(x) \geq 0$ es $[-3, 3]$

Entonces, el conjunto solución de $\frac{P(x) \cdot Q(x)}{R(x)} \leq 0$ es igual a

A) $[1, 3[$

B) $[1, 3]$

C) $] -3, 1]$

D) $] -3, 1[$

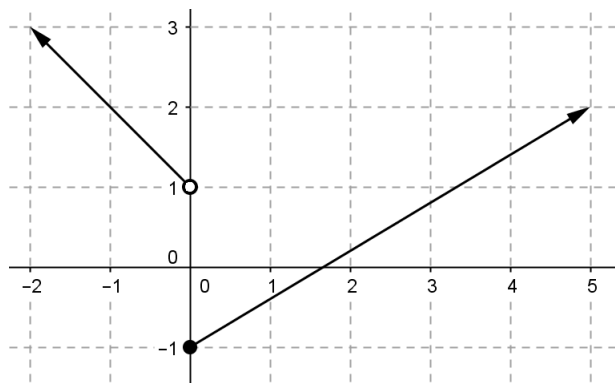
7. El conjunto solución de $2 + |x| \geq 8 - |x|$ es igual a

- A) \emptyset
- B) $[3, +\infty[$
- C) $[-3, 3]$
- D) $] -\infty, -3] \cup [3 + \infty[$

8. El conjunto solución de $23 > \sqrt{(2x - 1)^2}$ corresponde a

- A) $] -11, 12[$
- B) $] -\infty, 12[$
- C) $] -\infty, -11[$
- D) $] -\infty, -11[\cup] 12, +\infty[$

9. La siguiente gráfica corresponde a una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.



Con certeza se cumple que

- A) cada elemento de $] -\infty, -1]$ tiene exactamente una preimagen.
- B) cada elemento de $] 1, +\infty[$ tiene dos preimágenes.
- C) si $x \in] -1, 0[$, entonces $f(x) < 0$.
- D) si $f(x) \in [-1, 0]$, entonces $x > 0$.

10. Si h es la función inversa de $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+2}{3}$, entonces $h(19)$ es igual a

- A) 7
- B) 55
- C) $\frac{1}{7}$
- D) $\frac{1}{55}$

11. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - \frac{x}{2}$, y analice las siguientes proposiciones:

I. La preimagen de 1 es 4.

II. El corte con el eje y es $(0, 3)$.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I.
- B) Solo la II.
- C) Ambas.
- D) Ninguna.

12. Si $(2, -5)$ está en el gráfico de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -3x + k$, el valor de k es

- A) 1.
- B) 13.
- C) 15.
- D) -6.

13. Si f es la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$, entonces, $f(a+2) - f(a-2)$ es igual a

- A) $8a$.
- B) $8a - 1$.
- C) $8a + 16$.
- D) $2a^2 + 16$.

14. El dominio máximo de una función f , con criterio $f(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{x^2-1}$ es igual a
- A) $\mathbb{R} - \{1\}$.
 - B) $\mathbb{R} - \{-1\}$.
 - C) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$.
 - D) $\mathbb{R} - \{-1, 1, 2\}$.
15. Si la función $f : W \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 1$ es inyectiva, entonces, W puede ser
- A) $] -\infty, 1]$.
 - B) $[-1, 1]$.
 - C) $[0, +\infty[$.
 - D) $[-1, +\infty[$.
16. Si f y g son funciones definidas en sus dominios máximos tales que $f(x) = 5x - 1$ y $g(x) = x^2$, entonces $(g \circ f)(-1)$ es igual a
- A) 4
 - B) -6
 - C) 36
 - D) -36
17. Si f y g son funciones definidas en sus dominios máximos, tales que $f(x) = 2x^2 - 1$ y $g(x) = 5 - 3x^2$, entonces $(f \circ g)(x)$ es igual a
- A) $8 - 12x^4$
 - B) $49 - 18x^4$
 - C) $12x^2 - 12x^4 + 2$
 - D) $18x^4 - 60x^2 + 49$

18. El ámbito de la función $f : \{-1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x + 3$ es igual a
- A) $] -1, 5[$
 - B) $\{-1, 5\}$
 - C) $\left\{\frac{1}{2}, 2\right\}$
 - D) $\left] \frac{1}{2}, 2\right[$
19. Si la función $f :]-\infty, -5] \rightarrow B$, $f(x) = 15 - 2x$ es biyectiva, el conjunto B corresponde a
- A) $[25, +\infty[$
 - B) $] -\infty, 25]$
 - C) $[10, +\infty[$
 - D) $] -\infty, 10]$
20. Un taxista cobra 12 dólares por el primer kilómetro y luego 2 dólares por cada kilómetro adicional de recorrido. Un segundo taxista no cobra tarifa mínima, pero cobra 6 dólares por cada kilómetro. ¿En qué distancia ambos taxistas cobran lo mismo?
- A) 2 km
 - B) $2,5 \text{ km}$
 - C) 3 km
 - D) $3,5 \text{ km}$

21. La figura mostrada es una imagen del popular juego “Angry Birds”. La altura del “pajarillo” está determinada por una función de criterio $f(x) = -0,18x^2 + 1,5x + 5,2$, donde x representa el tiempo transcurrido. La altura máxima (aproximada) que puede alcanzar el pajarillo corresponde a



- A) 8,32
B) 7,78
C) 5,99
D) 4,17
22. Considere la función exponencial $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = 3^{-2x}$. Analice las siguientes proposiciones:

I. f es creciente.

II. La imagen de -2 es 81.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo I
B) Solo II
C) Ambas
D) Ninguna

23. El ámbito de la función $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x$ corresponde a

- A) $\{0\}$
- B) $[-4, 0]$
- C) $[2, +\infty[$
- D) $[-4, +\infty[$

24. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$. Analice las siguientes proposiciones:

I. La gráfica de f corta al eje X .

II. f es decreciente.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I.
- B) Solo la II.
- C) Ambas.
- D) Ninguna.

25. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = a \cdot 2^x + b$ con ámbito $] -\infty, 7[$. Analice las siguientes proposiciones:

I. El corte con el eje Y es $(0, 8)$.

II. f es creciente.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son, **con certeza**, verdaderas?

- A) Solo la I.
- B) Solo la II.
- C) Ambas.
- D) Ninguna.

26. Considere la función $f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ y analice las siguientes proposiciones:

I. Si $x > 2017$, entonces $f(x) < 0$.

II. Si $0 < x < \frac{1}{2}$ entonces $f(x) > 1$.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

A) Solo la I.

B) Solo la II.

C) Ambas.

D) Ninguna.

27. ¿Cuál de los siguientes números puede estar en el dominio máximo de una función con criterio $f(x) = \log_3(-2 - x)$?

A) 2

B) 5

C) -1

D) -7

28. La ecuación de la asíntota de la función $f :]-2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_3(x + 2)$ corresponde a

A) $x = -2$

B) $y = -2$

C) $x = 2$

D) $y = 2$

29. El valor de $\log_{\sqrt{3}} 81 + \log_8 \left(\frac{1}{64} \right)$ es

A) 6

B) $\frac{1}{6}$

C) -6

D) $-\frac{1}{6}$

30. La expresión $\log(10x - 10) - \log(x^2 - 1)$ es equivalente a

A) $\log\left(\frac{1}{x+1}\right)$

B) $\log(10) - \log(x)$

C) $1 - \log(x - 1)$

D) $1 - \log(x + 1)$

31. La expresión $\ln\left(\frac{2x^3}{7y}\right)$ es equivalente a

A) $\ln 2 + 3 \ln x - \ln 7 + \ln y$

B) $\ln 2 + 3 \ln x - \ln 7 - \ln y$

C) $3 \ln 2 + 3 \ln x - \ln 7 + \ln y$

D) $3 \ln 2 + 3 \ln x - \ln 7 - \ln y$

32. Si $\log \sqrt[3]{5} \approx 0,233$, entonces $\log(25)$ es aproximadamente

A) 1,398

B) 0,155

C) 0,054

D) 2,330



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

Proyecto MATEM
Precálculo undécimo
II Examen Parcial 2017

Nombre: _____

Colegio: _____

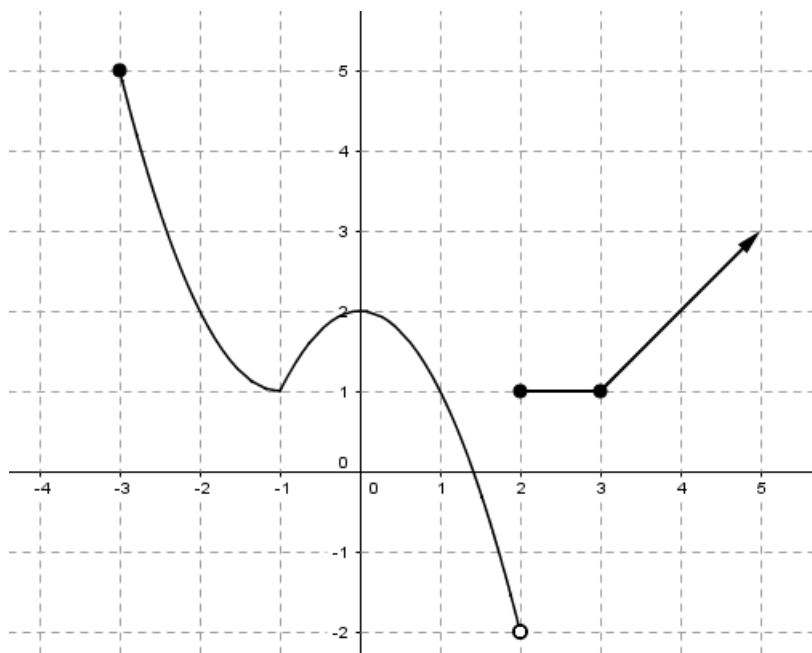
Código: _____

Pregunta	Puntos
C	
D1	
D2	
D3	

Fórmula: 1

II parte: Complete

Considere la siguiente gráfica de una función f y conteste lo que se solicita. (6 puntos)



1. El dominio de f corresponde a _____
2. El ámbito de f corresponde a _____
3. La cantidad de preimágenes de 2017 es igual a _____
4. Un intervalo donde f es estrictamente creciente _____
5. El conjunto de todos los valores de x tales que $f(x) < 1$ corresponde a _____
6. El conjunto de todos los valores de x tales que $f(x) = 2$ corresponde a _____

III parte: Desarrollo

1. El criterio de la función de demanda para la línea de Laptops de una compañía de electrónica es $P(q) = 2400 - 6q$, en donde P es el precio (en dólares) por unidad cuando los consumidores demandan q unidades (semanales). Determine la cantidad de unidades que maximizará el ingreso del fabricante y determine este ingreso. (4 puntos)

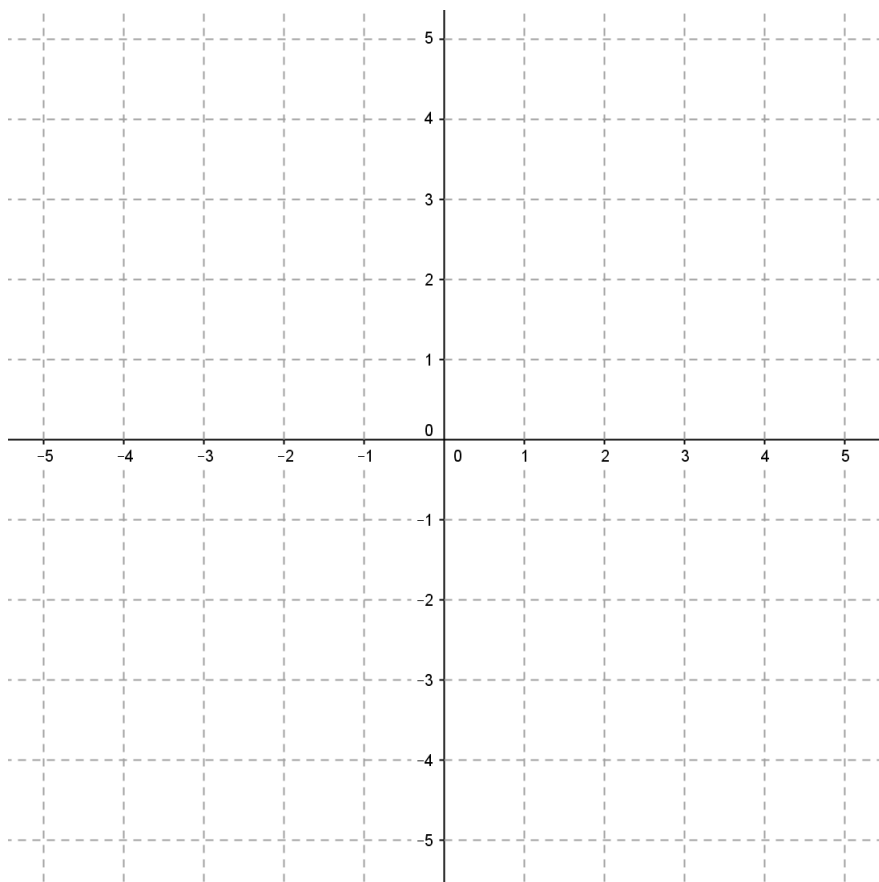
2. Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación: (7 puntos)

$$\frac{x+1}{x-3} - \frac{2x}{x+5} \geq \frac{5}{(x-3)(x+5)}$$

3. Considere la función f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 3 & \text{si } x \in]-3, -1[\\ 2x - 3 & \text{si } x \in \{1, 2, 3\} \end{cases}$$

- a) Trace, en el siguiente plano cartesiano, la gráfica de f . (3 puntos)
- b) Determine el ámbito de f . (1 punto)
- c) Determine el **punto** de intersección de la gráfica de f con el eje X . (1 punto)





UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

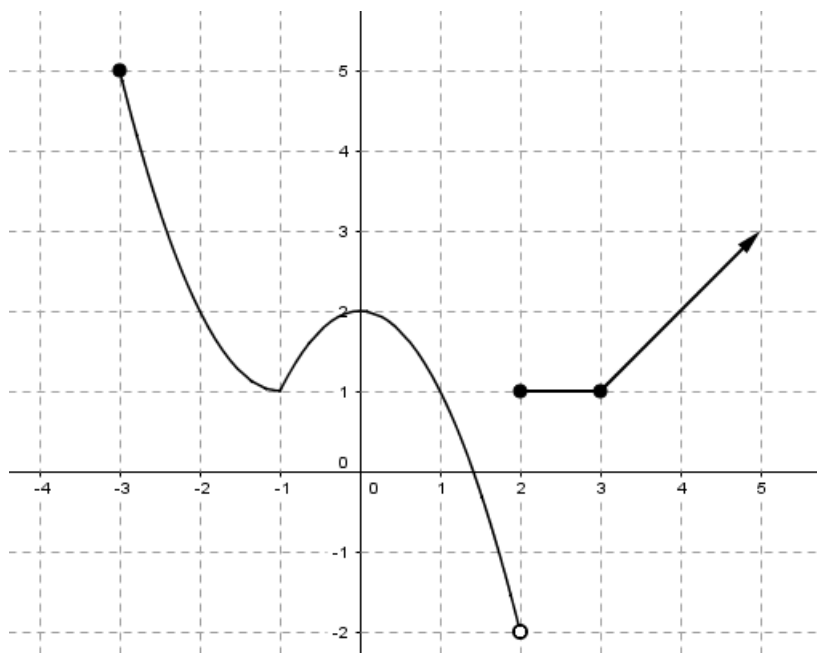
Proyecto MATEM- Precálculo Undécimo II Examen Parcial 2017- Solucionario

I parte: Selección única

- | | |
|-------|-------|
| 1. D | 17. D |
| 2. A | 18. B |
| 3. B | 19. A |
| 4. B | 20. B |
| 5. D | 21. A |
| 6. A | 22. B |
| 7. D | 23. B |
| 8. A | 24. A |
| 9. B | 25. D |
| 10. B | 26. C |
| 11. C | 27. D |
| 12. A | 28. A |
| 13. A | 29. A |
| 14. C | 30. D |
| 15. C | 31. B |
| 16. C | 32. A |

II parte: Complete

Considere la siguiente gráfica de una función f y conteste lo que se solicita. (6 puntos)



1. El dominio de f corresponde a $[-3, +\infty[$.
2. El ámbito de f corresponde a $] -2, +\infty[$.
3. La cantidad de preimágenes de 2017 es igual a 1.
4. Un intervalo donde f es estrictamente creciente $[3, +\infty[$, $[-1, 0]$ o cualquier subintervalo de estos.
5. El conjunto de todos los valores de x tales que $f(x) < 1$ corresponde a $]1, 2[$.
6. El conjunto de todos los valores de x tales que $f(x) = 2$ corresponde a $\{-2, 0, 4\}$.

III parte: Desarrollo

1. El criterio de la función de demanda para la línea de Laptops de una compañía de electrónica es $P(q) = 2400 - 6q$, en donde P es el precio (en dólares) por unidad cuando los consumidores demandan q unidades (semanales). Determine la cantidad de unidades que maximizará el ingreso del fabricante y determine este ingreso. (4 puntos)

Solución:

El ingreso viene dado por $I = P \cdot q$

$$\Leftrightarrow I = (2400 - 6q)q$$

$$\Leftrightarrow I = -6q^2 + 2400q$$

Para determinar lo solicitado, es necesario calcular el vértice:

$$V = \left(\frac{-2400}{-12}, \frac{-(2400)^2}{-24} \right) = (200, 240000)$$

Entonces:

La cantidad de unidades que maximizará el ingreso es de 200 y el ingreso máximo es de 240000 dólares.

2. Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación: (7 puntos)

$$\frac{x+1}{x-3} - \frac{2x}{x+5} \geq \frac{5}{(x-3)(x+5)}$$

Solución:

$$\frac{x+1}{x-3} - \frac{2x}{x+5} \geq \frac{5}{(x-3)(x+5)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x+5) - 2x(x-3)}{(x-3)(x+5)} \geq \frac{5}{(x-3)(x+5)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 6x + 5 - 2x^2 + 6x}{(x-3)(x+5)} \geq \frac{5}{(x-3)(x+5)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-x^2 + 12x + 5}{(x-3)(x+5)} - \frac{5}{(x-3)(x+5)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-x^2 + 12x}{(x-3)(x+5)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-x(x-12)}{(x-3)(x+5)} \geq 0$$

	$-\infty$					$+\infty$
		-5	0	3	12	
$-x$		+	+	•	-	-
$x-12$		-	-	-	-	•
$x-3$		-	-	-	•	+
$x+5$		-	•	+	+	+
$P(x)$		-	+	-	+	-

Por lo tanto, el conjunto solución es $]-5, 0] \cup]3, 12]$.

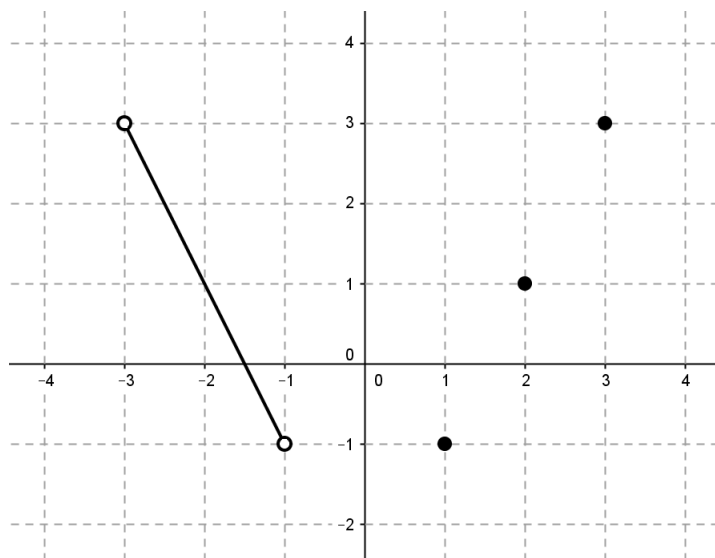
3. Considere la función f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 3 & \text{si } x \in]-3, -1[\\ 2x - 3 & \text{si } x \in \{1, 2, 3\} \end{cases}$$

- a) Trace, en el siguiente plano cartesiano, la gráfica de f . (3 puntos)
- b) Determine el ámbito de f . (1 punto)
- c) Determine el **punto** de intersección de la gráfica de f con el eje X . (1 punto)

Solución:

a) La gráfica es la siguiente:



b) El ámbito de f es $[-1, 3]$.

c) Corte con X : $\left(\frac{-3}{2}, 0\right)$

$$-2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3}{2}$$

L^AT_EX