

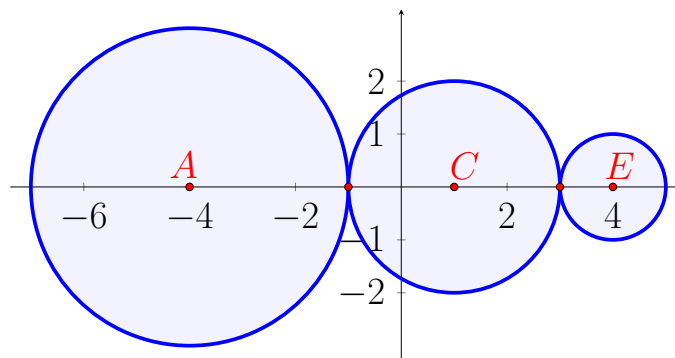


UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática



Precálculo
II Examen Parcial 2019



Nombre: _____

Colegio: _____

Código: _____

Fórmula: 1

Sábado 22 de junio

Instrucciones

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de una única parte de selección única (53 puntos).
4. El examen debe ser contestado en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto. Fírmela en el espacio correspondiente utilizando bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
5. En la hoja para respuestas, usted deberá rellenar con **lápiz**, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
6. No se permite el uso de calculadora científica o programable. La calculadora que puede utilizar es la que contiene únicamente las operaciones básicas.

Selección única

1. La ecuación de la recta que contiene los puntos de coordenadas $\left(\frac{-1}{3}, 1\right)$ y $\left(\frac{5}{3}, -1\right)$ corresponde a

A) $y = \frac{-3x + 2}{3}$

B) $y = \frac{-3x + 4}{3}$

C) $y = \frac{-3x + 5}{6}$

D) $y = \frac{-3x + 7}{6}$

2. Si la recta l pasa por los puntos $(2k, 3)$ y $(3, 5)$, entonces el valor de k para que l sea vertical corresponde a

A) $\frac{-3}{2}$

B) 0

C) 1

D) $\frac{3}{2}$

3. Si la recta p pasa por los puntos $(r, 2)$ y $(2r, -6)$, entonces el valor de r para que p tenga pendiente 8 corresponde a

A) 1

B) 0

C) -1

D) -64

4. Si la recta l_1 tiene ecuación $-x + 3y - 2 = 0$, entonces la intersección de l_1 con el eje x corresponde a

A) $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$

B) $\left(0, \frac{2}{3}\right)$

C) $(-2, 0)$

D) $(0, -2)$

5. Considere la recta p con ecuación $-2y + 3x = 0$. La ecuación de una recta paralela a p corresponde a

A) $y - 3x - 5 = 0$

B) $6y - 9x + 3 = 0$

C) $-2y - 3x + 3 = 0$

D) $-3y + 2x + 10 = 0$

6. Considere la recta q con ecuación $5y - 5x + 10 = 0$. La ecuación de una recta perpendicular a q corresponde a

A) $y - x + 1 = 0$

B) $2y + 2x + 5 = 0$

C) $3x - 3y - 3 = 0$

D) $-2x - y + 3 = 0$

7. El punto de intersección de las rectas con ecuaciones $y = -2x$ y $y = x + 1$ corresponde al punto de coordenadas

A) $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

B) $\left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

C) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

D) $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

8. La ecuación de una recta decreciente corresponde a

A) $y + x = -2$

B) $y - x - 2 = 0$

C) $-(y - 3) = 5 - x$

D) $-(y - 1) = -2(x - 5)$

9. ¿Cuál de las siguientes parábolas tiene rango $]-\infty, 0]$?

A) $y = -x^2 - 2$

B) $y = -x^2 + 2$

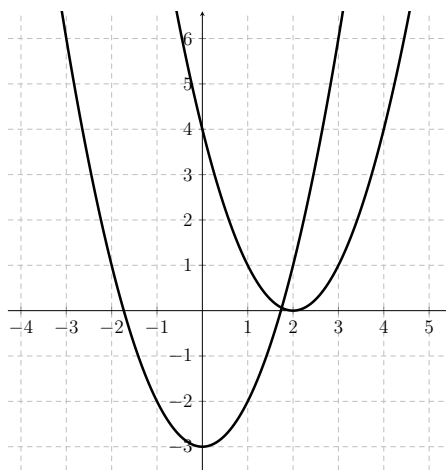
C) $y = -(x + 2)^2$

D) $y = (-x + 2)^2$

10. Considere la parábola de ecuación $y_1 = -(x - 4)^2$. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde a una parábola que interseca a la gráfica de y_1 ?

- A) $y = x^2$
- B) $y = -x^2$
- C) $y = x^2 - 4$
- D) $y = (x + 4)^2 - 4$

11. En la figura se presentan dos parábolas cuyas ecuaciones son $y = (x + a)^2$ y $y = x^2 + b$. Con certeza, $-2a + b$ es igual a



- A) 1
- B) 4
- C) 8
- D) -7

12. El eje de simetría de la parábola $y = (x - 2)^2$ es
- A) $x = 2$
 - B) $x = 1$
 - C) $x = -1$
 - D) $x = -2$
13. En la parábola con ecuación $y = x^2 - qx + 4$ tiene eje de simetría $x = 2$, entonces el valor de q corresponde a
- A) 4
 - B) 2
 - C) -2
 - D) -4
14. El vértice de la parábola $y = x^2 + 2x + 3$ corresponde al par ordenado
- A) $(1, 2)$
 - B) $(-1, 2)$
 - C) $(1, -2)$
 - D) $(-1, -2)$

15. Si el vértice de la parábola $y = x^2 + 4x - c$ corresponde al punto $(-2, -1)$, entonces el valor de c es

- A) $\frac{5}{4}$
- B) $\frac{9}{2}$
- C) 3
- D) -3

16. Considere una recta $y = 2x + 1$ y la parábola $y = x^2 + 1$ y analice las siguientes proposiciones:

- I. La recta y la parábola no se intersecan.
- II. La recta es tangente a la parábola.
- III. La recta es secante a la parábola.

¿Cuál de las proposiciones anteriores es, con certeza, **verdaderas**?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Solo la III
- D) Ninguna

17. Considere la circunferencia de ecuación $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 4$. ¿Cuál de los siguientes puntos corresponde al centro de la circunferencia?

- A) $(2, 3)$
- B) $(2, -3)$
- C) $(-2, 3)$
- D) $(-2, -3)$

18. ¿Cuánto mide el radio de la circunferencia con ecuación $x^2 + 4x + y^2 + 2y + 1 = 0$?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

19. Considere una circunferencia C de ecuación $(x + 1)^2 + y^2 = 1$. ¿Cuál de las siguientes rectas es exterior a C ?

- A) $y = 2$
- B) $x = 0$
- C) $y = -1$
- D) $x = -2$

20. Considere la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 - 4x = 0$ y analice las siguientes proposiciones:

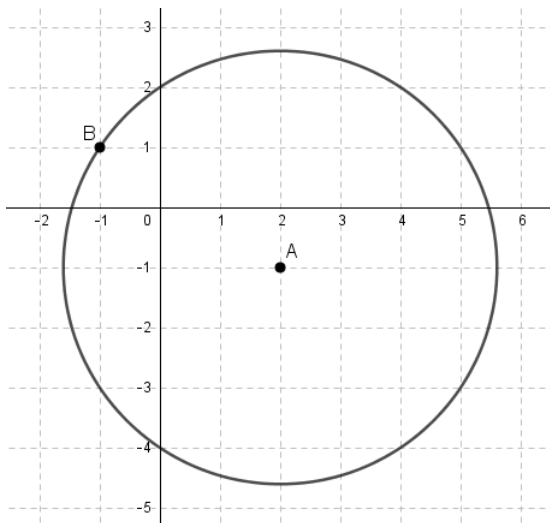
I. La recta $y = x$ es secante a la circunferencia.

II. La recta $y = 1$ es tangente a la circunferencia.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son, con certeza, **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

21. Considere la siguiente figura:



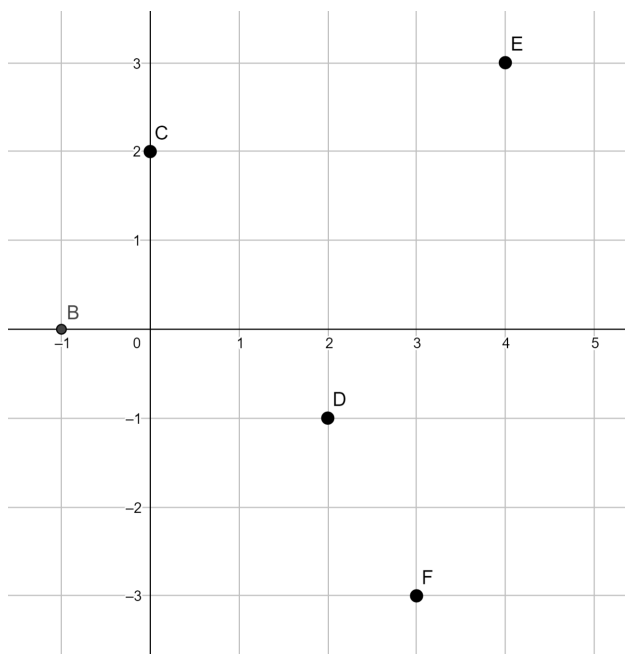
¿Cuál es, aproximadamente, el área de la región encerrada por la circunferencia?

- A) 11,32
- B) 22,64
- C) 38,46
- D) 40,82

22. Si la ecuación de una circunferencia es $(x + 7)^2 + (y + 8)^2 = 9$, entonces la longitud de dicha circunferencia es aproximadamente

- A) 3
- B) 9,42
- C) 18,84
- D) 28,26

23. Considere la circunferencia de ecuación $(x - 2)^2 + y^2 = 9$ y la figura que se presenta a continuación.



¿Cuál de las siguientes proposiciones es, con certeza, **verdadera**?

- A) El punto F está en la circunferencia.
- B) El punto D es el centro de la circunferencia.
- C) El punto B está en el exterior de la circunferencia.
- D) El punto C está en el interior de la circunferencia.

24. Una circunferencia C_1 tiene ecuación $(x - 2)^2 + y^2 = 4$. Otra circunferencia C_2 tiene centro $(-1, 0)$. Si C_1 y C_2 son tangentes interiores, ¿cuál es el diámetro de C_2 ?

- A) 2
- B) 5
- C) 6
- D) 10

25. Considere las siguientes relaciones:

I. $f : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{Z}, f(x) = \frac{x + 2}{x - 1}$.

II. $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \sqrt{x - 5}$.

¿Cuál(es) de las relaciones anteriores son funciones?

- A) Ambas.
- B) Ninguna.
- C) Solo la I.
- D) Solo la II.

26. El gráfico de una función p es $G_p = \{(-3, 0), (1, -3), (0, 3), (4, 0)\}$. Analice las siguientes proposiciones:

I. El ámbito de p tiene 4 elementos.

II. La preimagen de 0 es -3 .

¿Cuál (es) de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Ambas.
- B) Ninguna.
- C) Solo la I.
- D) Solo la II.

27. Considere la función $f : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+5}{2x-4}$. La imagen de 3 es un número que pertenece al intervalo

A) $[1, 2[$

B) $[2, 3[$

C) $[3, 4[$

D) $[4, 5[$

28. El gráfico de una función j es $G_j = \{(4, 8), (8, 32), (32, 512)\}$. ¿Cuál de las siguientes expresiones puede ser un criterio para j ?

A) $j(x) = 2x^2$

B) $j(x) = \frac{x^2}{2}$

C) $j(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^2$

D) $j(x) = (2x)^2$

29. Considere la función $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4$. ¿Cuál de los siguientes números **no** tiene preimagen?

A) -2

B) -1

C) 1

D) 0

30. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - \frac{x - 19}{100}$. La preimagen de -19 es un número que pertenece al intervalo

- A) $]0, 1000[$
- B) $] -1000, 0[$
- C) $]1000, +\infty[$
- D) $] -\infty, -1000[$

31. El criterio de una función es $f(x) = \frac{x + 2}{\sqrt{x + 5}}$. ¿Cuál es el dominio máximo de f ?

- A) $\mathbb{R} - \{-2, 5\}$
- B) $[-5, +\infty[$
- C) $] -5, +\infty[$
- D) $] -5, +\infty[- \{-2\}$

32. Considere la función $f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x < 5 \\ x - 7 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$ y analice las siguientes proposiciones:

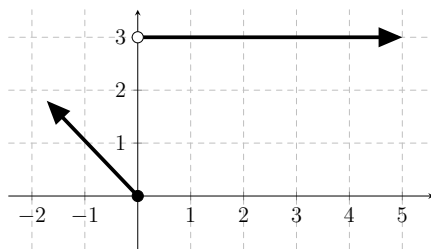
I. El corte con el eje Y es $(0, -7)$.

II. f solo tiene un corte con el eje X .

¿Cuál (es) de las proposiciones anteriores son verdaderas?

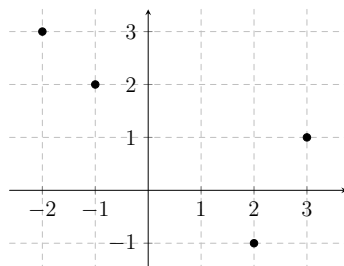
- A) Ambas.
- B) Ninguna.
- C) Solo la I.
- D) Solo la II.

33. La siguiente figura corresponde a la gráfica de una función f . ¿Cuál es el ámbito de f ?



- A) $[-2, +\infty[$
- B) $[0, +\infty[$
- C) $[0, 3]$
- D) $[0, 3[$

34. La siguiente figura corresponde a la gráfica de una función f .



Analice las siguientes proposiciones:

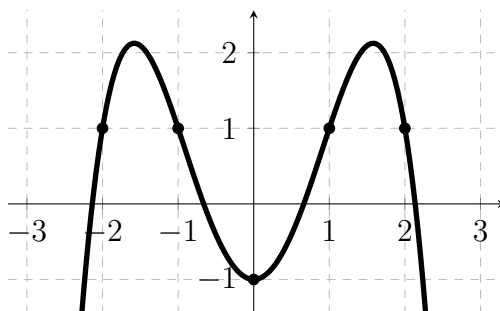
I. $f(-1) < f(2)$.

II. $f(3) < 0$.

¿Cuál (es) de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Ambas.
- B) Ninguna.
- C) Solo la I.
- D) Solo la II.

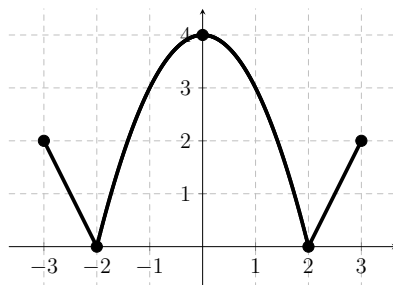
35. La siguiente figura corresponde a la gráfica de una función f .



De acuerdo con la gráfica anterior, **con certeza** se cumple que

- A) $f(x) < 2$ para todo valor de x .
- B) Si $x \in]1, 2[$, entonces $f(x)$ es negativo.
- C) Si $x \in]-1, 1[$, entonces $-1 \leq f(x) < 1$.
- D) $f(x) = 1$ para todo valor de $x \in [-2, 2]$.

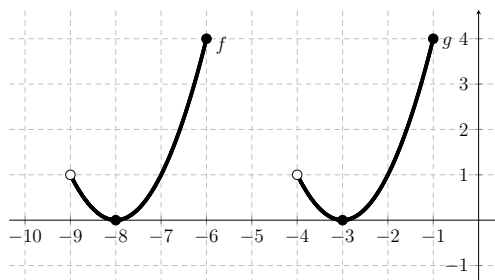
36. La siguiente figura representa la gráfica de una función f :



¿En cuál de los siguientes intervalos f es creciente?

- A) $[-3, -2]$
- B) $[-2, 4]$
- C) $[-2, 2]$
- D) $[2, 3]$

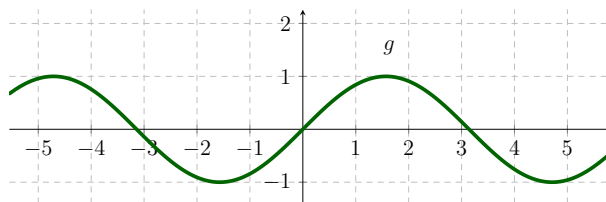
37. Considere las siguientes gráficas de dos funciones f y g :



De acuerdo con las gráficas anteriores, es verdadero que

- A) $g(x) = f(x) + 5$
- B) $g(x) = f(x) - 5$
- C) $g(x) = f(x + 5)$
- D) $g(x) = f(x - 5)$

38. Considere una función f dada por, $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4$ y una función g cuya gráfica se presenta a continuación:



Analice las siguientes proposiciones:

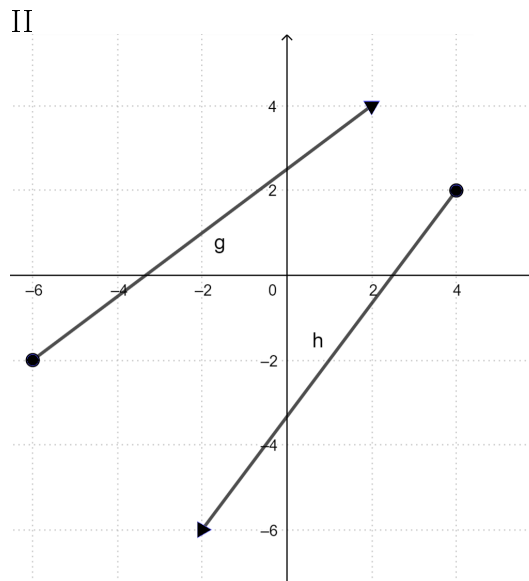
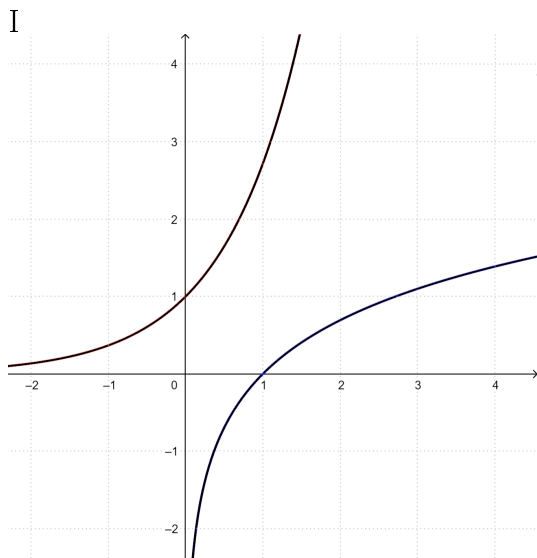
I. Si $-3 < x < -2$, entonces $f(x) > g(x)$.

II. $f(2019) < g(2019)$.

¿Cuál (es) de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Ambas.
- B) Ninguna.
- C) Solo la I.
- D) Solo la II.

39. Considere las siguientes gráficas de funciones:



¿Cuáles de las gráficas anteriores representan a una función y su inversa?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II
40. Si se sabe que f es una función lineal definida en su dominio máximo y que pasa por los puntos $(-1, 2)$ y $(3, -4)$, entonces el criterio de la función inversa de f corresponde a

A) $f^{-1}(x) = \frac{-3x + 1}{2}$

B) $f^{-1}(x) = \frac{-3x + 5}{2}$

C) $f^{-1}(x) = \frac{-2x + 1}{3}$

D) $f^{-1}(x) = \frac{-2x - 7}{3}$

41. Considere la función $f :]-1, +\infty[\rightarrow]-1, +\infty[$ con $f(x) = (x+1)^2 - 1$. El criterio de la función inversa de f corresponde a

A) $f^{-1}(x) = -\sqrt{x+1} + 1$

B) $f^{-1}(x) = -\sqrt{x+1} - 1$

C) $f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} + 1$

D) $f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 1$

42. Sean f y g dos funciones definidas en su dominio máximo. La siguiente tabla muestra algunas preimágenes e imágenes de esas funciones:

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	5	4	3	2	1
$g(x)$	2	5	3	1	4

De acuerdo con la tabla anterior, analice las siguientes proposiciones:

I. $(g \circ f)(2) = (f \circ g)(2)$

II. $(g \circ g)(5) = 5$.

¿Cuál(es) de las proposiciones anteriores son verdaderas?

A) Ambas.

B) Ninguna.

C) Solo la I.

D) Solo la II.

43. Considere dos funciones f y g definidas en su dominio máximo, con $g(x) \neq 0$ y con criterios $f(x) = \frac{x-5}{x+7}$ y $g(x) = \frac{x-4}{x+7}$. El dominio máximo de la función $\frac{f}{g}$ es igual a

- A) $\mathbb{R} - \{4\}$
- B) $\mathbb{R} - \{4, 5\}$
- C) $\mathbb{R} - \{-7, 4\}$
- D) $\mathbb{R} - \{-7, 4, 5\}$

44. Considere dos funciones f y g definidas en su dominio máximo y con criterios $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ y $g(x) = \sqrt{-x+5}$. El dominio máximo de la función $f - g$ es igual a

- A) $]1, 5]$
- B) $]0, 5[$
- C) $] -\infty, 5[$
- D) $\mathbb{R} - \{5\}$

45. Considere la función $f :]-2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 1$. ¿Cuál es el ámbito de f ?

- A) $] -1, +\infty[$
- B) $] -5, +\infty[$
- C) $] -\infty, -1[$
- D) $] -\infty, -5[$

46. Considere una función lineal decreciente $f : [-4, 1] \rightarrow [-1, 2]$ con $f(x) = mx + b$. Si el ámbito es igual al codominio, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es, **con certeza**, verdadera?

A) $m = \frac{3}{5}$

B) $m = -3$

C) $f(-1) > f(0)$

D) $f(2) > f(-2)$

47. Considere la función $f : [-2, 4] \rightarrow B$, $f(x) = x + 3$. ¿Cuál de los siguientes conjuntos **NO** puede ser B ?

A) $[4, 7]$

B) $[0, 10]$

C) $] -\infty, 7]$

D) $] -\infty, 10]$

48. Considere la función $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, con $h(x) = -x + 2$. Si $(1 - a^2, 5)$ pertenece al gráfico de h , **con certeza**, los valores de a pertenecen al intervalo

A) $[0, +\infty[$

B) $] -\infty, 0]$

C) $[2, +\infty[$

D) $] -\infty, 2]$

49. Un vehículo modelo 2019 cuesta 30000 dólares. Cada año que pasa, su valor disminuye en 1500 dólares. Si x representa la cantidad de años transcurridos después del 2019, ¿cuál de los siguientes criterios puede modelar el precio P después de x años transcurridos?

A) $P(x) = 30000 + 1500x$

B) $P(x) = 30000 - 1500x$

C) $P(x) = 30000 - 1500(x - 1)$

D) $P(x) = 30000 + 1500(x - 1)$

50. El vértice de una función cuadrática $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es $(-4, 5)$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **con certeza** verdadera?

A) $f(-4) = f(5)$

B) $f(-8) = f(0)$

C) $f(-8) < 0$

D) $f(5) > 0$

51. Un intervalo donde la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + 6x + 9) - 5$ es **creciente**, corresponde a

A) $] -\infty, 3[$

B) $] 5, +\infty[$

C) $] -5, +\infty[$

D) $] -\infty, -3[$

52. Considere la función $f :]-\infty, 0] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x - 1$. Un corte de la gráfica de f con el eje X corresponde al punto de coordenadas

A) $\left(\frac{1}{2} - \sqrt{5}, 0\right)$

B) $\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}, 0\right)$

C) $\left(\frac{1}{2} + \sqrt{5}, 0\right)$

D) $\left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}, 0\right)$

53. ¿Cuál es el ámbito de la función $f : [-4, 0] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x + 2)^2 + 3$?

A) $\{7\}$

B) $[0, 7]$

C) $[3, 7]$

D) $[3, +\infty[$

Fin del examen



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

Proyecto MATEM-Precálculo II Examen Parcial 2019- Respuestas

Sábado 22 de junio

I parte: Selección única

1. A	15. D	29. C	43. C
2. D	16. C	30. C	44. A
3. C	17. B	31. C	45. B
4. C	18. B	32. B	46. C
5. B	19. A	33. B	47. A
6. B	20. C	34. B	48. D
7. C	21. D	35. C	49. B
8. A	22. C	36. D	50. B
9. C	23. D	37. D	51. B
10. B	24. D	38. C	52. D
11. A	25. B	39. C	53. C
12. A	26. D	40. C	
13. A	27. D	41. D	
14. B	28. B	42. C	