



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica



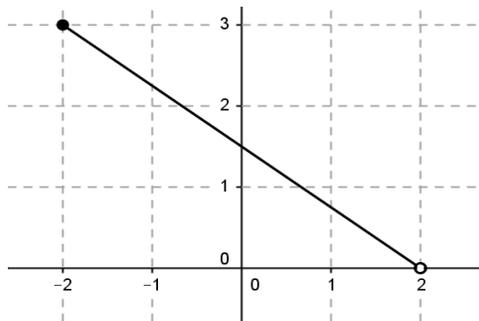
MATEM - Precálculo

Undécimo Año

II EXAMEN PARCIAL 2016

Nombre: _____ código: _____

Colegio: _____



Fórmula

1

Sábado 25 de junio

INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de tres partes. La primera de ellas es de selección única (34 puntos), la segunda es de completar (8 puntos) y la tercera es de desarrollo (12 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. **En los ítems de selección, usted deberá rellenar con lápiz, en la hoja de respuestas**, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, **sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**
7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará.**
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. **Trabaje con calma. Le deseamos el mayor de los éxitos.**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 34 puntos)

1. Una solución de $-4x+1 > x$ corresponde a
- (A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) -1
2. El conjunto solución de $|x-3| \leq 0$ corresponde a
- (A) \mathbb{R}
(B) \emptyset
(C) $\{3\}$
(D) $\mathbb{R} - \{3\}$
3. El conjunto solución de $|-x+2| \leq 5$ corresponde a
- (A) $[-3, +\infty[$
(B) $[-3, 7]$
(C) $[-7, 3]$
(D) $]-\infty, -3] \cup [7, +\infty[$
4. El conjunto solución de $\frac{(x+1)(-x+2)}{x-3} \leq 0$ corresponde a
- (A) $[-1, 2] \cup]3, +\infty[$
(B) $[-1, 2] \cup [3, +\infty[$
(C) $[2, 3[\cup]-\infty, -1]$
(D) $[2, 3] \cup]-\infty, -1]$

5. El conjunto solución de $\sqrt[4]{(x+2)^4} > 1$ corresponde a
- (A) $]-\infty, 1[\cup]3, +\infty[$
 - (B) $]1, 3[$
 - (C) $]-3, -1[$
 - (D) $]-\infty, -3[\cup]-1, +\infty[$

6. El conjunto solución de $\frac{1}{x} < x$ corresponde a
- (A) $]1, +\infty[$
 - (B) $]-1, 0[\cup]1, +\infty[$
 - (C) $]-\infty, -1[\cup]0, 1[$
 - (D) $]-1, 1[$

7. El conjunto solución de $x^2 + 2x + 2 \geq 0$ corresponde a
- (A) $[1, +\infty[$
 - (B) \mathbb{R}
 - (C) \emptyset
 - (D) $]-\infty, -1]$

8. El conjunto solución de $4 - x^2 \geq 0$ corresponde a
- (A) $]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[$
 - (B) $[-2, 2]$
 - (C) $]-\infty, -2]$
 - (D) $[2, +\infty[$

9. Analice las siguientes relaciones:

I. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x}$

II. $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \sqrt[3]{x}$

¿Cuáles de las relaciones anteriores son funciones?

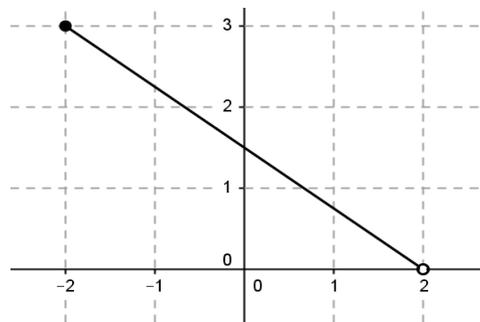
- (A) Solo la I
- (B) Solo la II
- (C) Ambas
- (D) Ninguna

10. Si el par ordenado $(2, 4)$ pertenece al gráfico de la función $f(x) = \frac{ax-2}{x^2-a}$ entonces el valor de a es

- (A) 3
- (B) $\frac{7}{6}$
- (C) -3
- (D) $\frac{-11}{6}$

11. La figura representa la gráfica de una función. El ámbito de dicha función es

- (A) $[2, 3]$
- (B) $]2, 3]$
- (C) $]0, 3]$
- (D) $[0, 3]$



12. El dominio máximo de una función cuyo criterio es $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-5x+1}}$ corresponde

a

(A) $\left] -\infty, \frac{1}{5} \right]$

(B) $\left] -\infty, \frac{1}{5} \right[$

(C) $\left] \frac{1}{5}, +\infty \right[$

(D) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{5} \right\}$

13. En la función $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, con $f(x) = \frac{5x+1}{x-1}$, la preimagen de 2 es igual a

(A) 1

(B) 11

(C) $\frac{-2}{3}$

(D) -1

14. Si la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \{-2, 3\}$ es constante, con certeza se tiene que

(A) $f(-2) = 3$

(B) $f(3) = -2$

(C) $f(0) = 0$

(D) $f(-2) = f(3)$

15. Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = \begin{cases} 5x & \text{si } x < 3 \\ x^2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$. Entonces

$f(10) + f(-10)$ es igual a

(A) 150

(B) 50

(C) 0

(D) -50

16. La siguiente tabla muestra la relación de imágenes y preimágenes para dos funciones: f y g

x	$f(x)$	$g(x)$
-1	1	0
0	0	1
1	-1	-1

De acuerdo con la tabla anterior, $(f \circ g)(1)$ es igual a

- (A) 0
- (B) 2
- (C) 1
- (D) -1

17. Considere las funciones:

$$f :]-\infty, -2] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{x}$$

$$g : [-3, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = \sqrt{x+3}$$

El dominio de $f + g$ es igual a

- (A) \mathbb{R}
- (B) $[-3, +\infty[$
- (C) $[-3, +\infty[- \{0\}$
- (D) $[-3, -2]$

18. Considere la función $f : A \rightarrow [0, 9]$ con $f(x) = x^2$. Si f es sobreyectiva, A puede ser

- (A) \mathbb{R}^+
- (B) $]0, 3]$
- (C) $] -3, 3[$
- (D) $[-3, 3]$

19. Si $f: A \rightarrow B$ es una función biyectiva, considere las siguientes afirmaciones:

- I. Todo elemento de A tiene una única imagen.
- II. Todo elemento de B tiene una única preimagen.

Se puede asegurar que son verdaderas:

- (A) sólo la I
- (B) sólo la II
- (C) la I y la II.
- (D) ni la I ni la II.

20. Considere la función $f: A \rightarrow B$, $f(x) = 2x + 1$, cuyo ámbito es $]-\infty, 3]$. Entonces, el conjunto A corresponde a

- (A) $[7, +\infty[$
- (B) $]-\infty, 7]$
- (C) $]-\infty, 1]$
- (D) $[1, +\infty[$

21. Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -5x + p$. Si $(-2, 7)$ pertenece al gráfico de f , analice las siguientes proposiciones:

I. El corte con y es $(0, -3)$

II. El corte con x es $\left(\frac{-3}{5}, 0\right)$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- (A) Sólo la I
- (B) Sólo la II
- (C) Ambas
- (D) Ninguna

22. Con base en las marcas olímpicas, se ha estimado que la distancia ganadora en el lanzamiento de disco es aproximadamente $d = 175 + 1,75t$ donde d está en pies y t representa la cantidad de años después de 1948. De continuar con ese modelo, ¿en qué año aproximadamente la distancia ganadora será 322 pies?
- (A) 2032
(B) 2036
(C) 2028
(D) 2040
23. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función cuadrática cuya gráfica contiene al punto $(0,5)$ y el vértice es $(2,-3)$, entonces, un elemento del ámbito de f es
- (A) -2
(B) -4
(C) -6
(D) -8
24. Andrés y Paula pusieron un negocio de venta de equipos de audio. Para decidir a qué precio vender los equipos y obtener la mayor ganancia posible, hicieron un estudio de mercado y encontraron que la ganancia (en millones de colones) en función del precio (en miles de colones), está determinada por la siguiente fórmula: $G(p) = -2p^2 + 12p - 10$. ¿Cuál será el precio que permite obtener la ganancia máxima?
- (A) ₡ 3
(B) ₡ 3 000
(C) ₡ 8 000 000
(D) ₡ 3 000 000

25. Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = a^x$ donde $0 < a < 1$. Un número mayor que 1 corresponde a

- (A) $f(5)$
- (B) $f\left(\frac{1}{3}\right)$
- (C) $f(0)$
- (D) $f(-1)$

26. Considere la función f dada por $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = 13^{-x}$ y analice las siguientes proposiciones:

I. La gráfica de f interseca al eje Y en $(0, -1)$

II. 169 es la imagen de -2 .

De ellas, ¿cuáles son **verdaderas**?

- (A) Sólo la I
- (B) Sólo la II
- (C) Ambas
- (D) Ninguna

27. El ámbito de la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = 3 - 7^x$ corresponde a

- (A) $]0, +\infty[$
- (B) $]3, +\infty[$
- (C) $] -\infty, 3[$
- (D) $] -\infty, 0[$

28. Sea f una función logarítmica, tal que, $f : A \rightarrow]-\infty, 0[$ con $f(x) = \log_w(x)$. Si $0 < w < 1$ entonces, un posible elemento de "A" es

- (A) 1
- (B) $\frac{1}{4}$
- (C) $\frac{3}{4}$
- (D) $\frac{5}{4}$

29. Considere la función $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_{\frac{3}{4}} x$ y analice las siguientes proposiciones

I. $f\left(\frac{1}{2}\right) < f(5)$

II. $f(2016) < 0$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- (A) Sólo la I
- (B) Sólo la II
- (C) Ambas
- (D) Ninguna

30. Si $g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \log_2 x$, entonces $g(512)$ es un número

- (A) negativo
- (B) entre 5 y 10
- (C) entre 10 y 16
- (D) positivo menor que 5

CON BASE EN LA SIGUIENTE INFORMACIÓN COMPLETE LOS ÍTEMES 31 y 32.

Puede usar: $\log 2 \approx 0,301$, $\log 3 \approx 0,477$ y $\log 5 \approx 0,698$

31. El valor de $\log_5 2$ es aproximadamente

- (A) -0,397
- (B) 0,397
- (C) 0,431
- (D) 2,319

32. El valor de $\log 75$ es aproximadamente

- (A) 0,665
- (B) 1,381
- (C) 2,350
- (D) 1,873

33. La expresión $\log_2 (2x)^2 - \log_2 x^2$ es igual a

- (A) 2
- (B) 4
- (C) $2x$
- (D) $4x$

34. La expresión $\log_a \sqrt{\frac{1}{a}} + \sqrt{\log_3 81}$ es equivalente a

- (A) $\frac{3}{2}$
- (B) 3
- (C) 4
- (D) $\frac{5}{2}$

Fin de la primera parte



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica



MATEM - Precálculo

Undécimo Año

II EXAMEN PARCIAL 2016 - Sábado 25 de junio

Nombre completo: _____

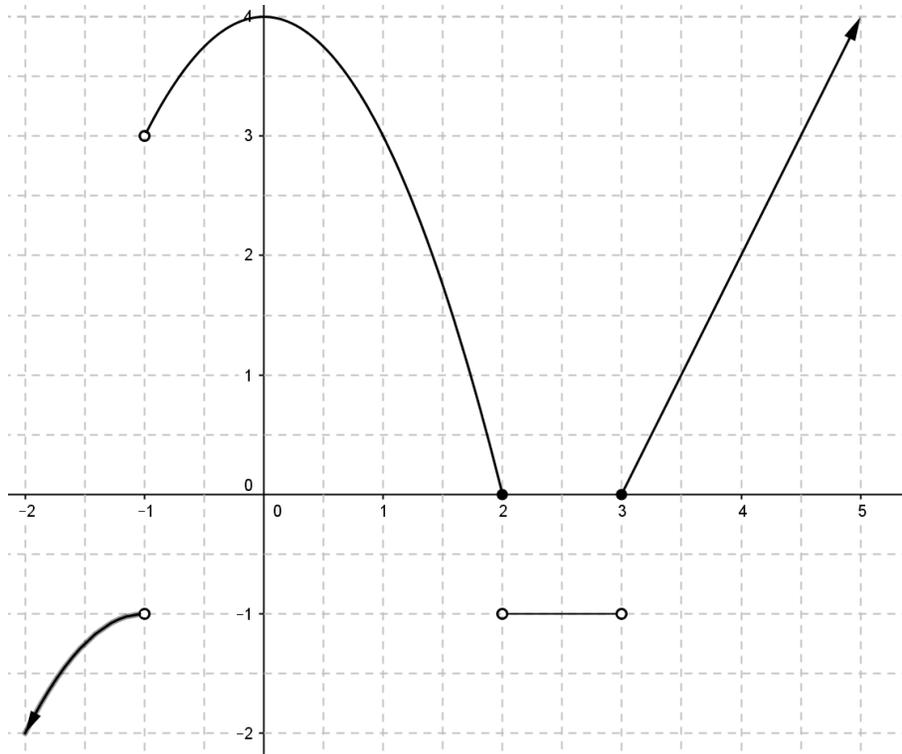
CÓDIGO: _____

COLEGIO: _____

Complete	
Desarrollo 1	
Desarrollo 2	

SEGUNDA PARTE. COMPLETE (Valor 8 puntos)

Considere la siguiente gráfica de una función f y conteste lo que se le solicita.



- Dominio: _____
- Ámbito: _____
- $f(0) + f(4) =$ _____
- El conjunto de todas las preimágenes x tales que $f(x) > 3$: _____
- El conjunto de todas las preimágenes x tales que $f(x) = -1$: _____
- Un intervalo donde la función es estrictamente creciente: _____
- Cantidad de preimágenes de 4: _____
- Cantidad de cortes con el eje X: _____

TERCERA PARTE. DESARROLLO (Valor 12 puntos)

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

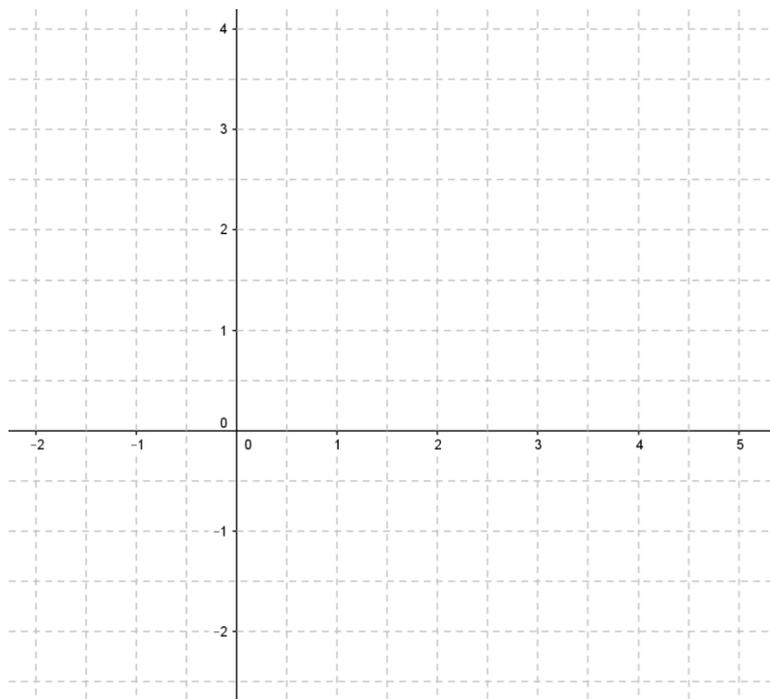
1. (6 puntos) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación:

$$\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x+3} \geq 0$$

2. (6 puntos) Considere la función definida en su dominio máximo por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 6 & \text{si } x > 2 \\ -x^2 + 2 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \end{cases} \quad \text{y con base en ella conteste lo que se le pide.}$$

- Trace la gráfica de f .
- Determine el dominio y el ámbito de f .
- Determine las preimágenes de 1.



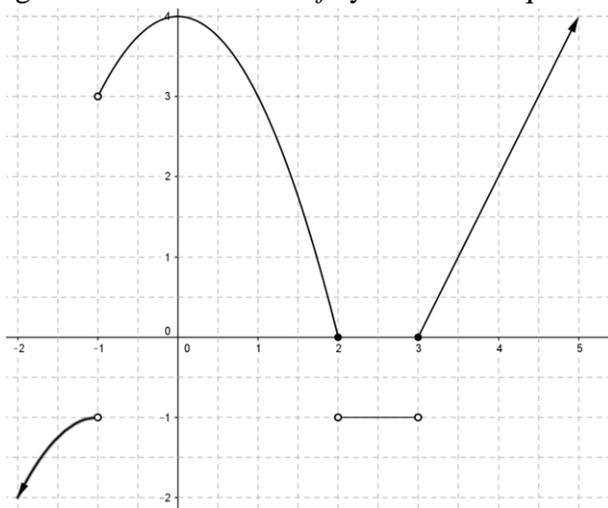
Fin del examen

SOLUCIONARIO precálculo undécimo

II EXAMEN PARCIAL 2016 - Sábado 25 de junio

SEGUNDA PARTE. COMPLETE (Valor 8 puntos)

Considere la siguiente gráfica de una función f y conteste lo que se le solicita.



- Dominio: $\mathbb{R} - \{-1\}$
- Ámbito: $]-\infty, -1] \cup [0, +\infty[$
- $f(0) + f(4) = 6$
- El conjunto de todas las preimágenes x tales que $f(x) > 3$: $]-1, 1[\cup \left] \frac{9}{2}, +\infty[$
- El conjunto de todas las preimágenes x tales que $f(x) = -1$: $]2, 3[$
- Un intervalo donde la función es estrictamente creciente: $]-\infty, -1[$, $]-1, 0]$, $[3, +\infty[$
- Cantidad de preimágenes de 4: 2
- Cantidad de cortes con el eje X: 2

TERCERA PARTE. DESARROLLO (Valor 12 puntos)

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1. (6 puntos) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación:

$$\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x+3} \geq 0$$

Solución:

$$\frac{3(x+3) - (x-2)}{(x-2)(x+3)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+9-x+2}{(x-2)(x+3)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+11}{(x-2)(x+3)} \geq 0$$

	$-\infty$	$\frac{-11}{2}$	-3	2	$+\infty$
$2x+11$	-	+	+	+	
$x-2$	-	-	-	+	
$x+3$	-	-	+	+	
$\frac{2x+11}{(x-2)(x+3)}$	-	+	-	+	

El conjunto solución es $S = \left[\frac{-11}{2}, -3 \right[\cup]2, +\infty[$

2. (6 puntos) Considere la función definida en su dominio máximo por:

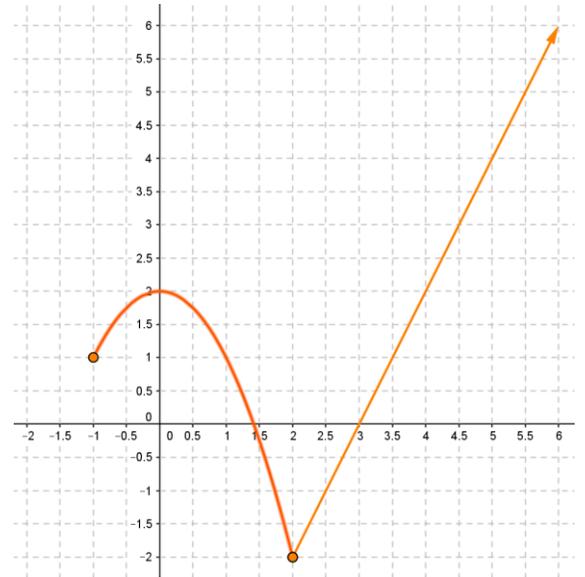
$$f(x) = \begin{cases} 2x-6 & \text{si } x > 2 \\ -x^2+2 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

y con base en ella conteste lo que se le pide.

- Trace la gráfica de f .
- Determine el dominio y el ámbito de f .
- Determine las preimágenes de 1.

Solución:

- a. Dominio: $[-1, +\infty[$
- b. Ámbito: $[-2, +\infty[$
- c. Preimágenes de 1:



- $2x - 6 = 1 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$ (como es mayor que 2 si es una preimagen)
- $-x^2 + 2 = 1 \Rightarrow x = 1$ o $x = -1$ (como ambos valores pertenecen a $[-1, 2]$, si son preimágenes de 1)

Selección única

1	D	13	D	25	D
2	C	14	D	26	B
3	B	15	B	27	C
4	A	16	C	28	D
5	D	17	D	29	B
6	B	18	D	30	B
7	B	19	C	31	C
8	B	20	C	32	D
9	B	21	C	33	A
10	A	22	A	34	A
11	C	23	A		
12	B	24	B		