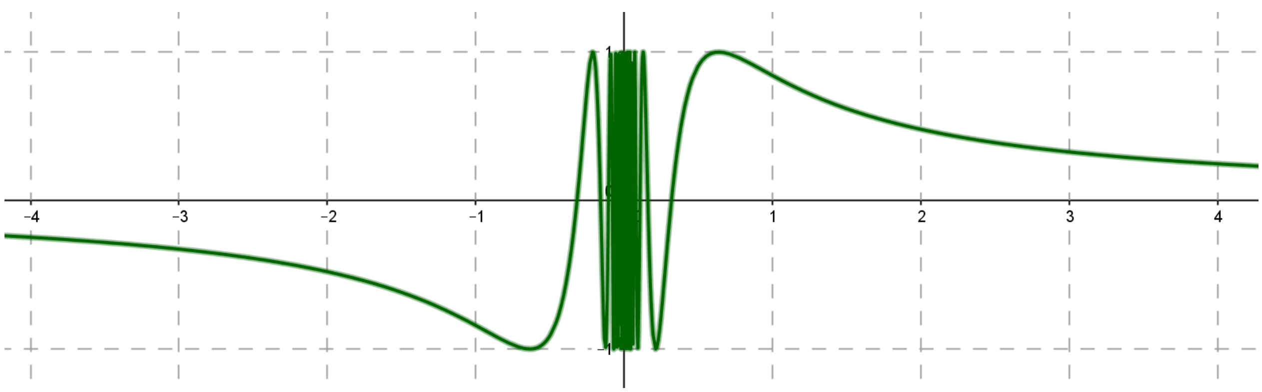
Proyecto MATEM

Precálculo undécimo

I Examen Parcial 2017



Nombre: ______________________________

Colegio: ______________________________

Código: ______________________________

Fórmula: 1

Sábado 22 de abril

Instrucciones

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección única (36 puntos) y la segunda es de desarrollo (19 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. En los ítems de selección, usted deberá rellenar con lápiz, en la hoja de respuestas, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
7. En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna pregunta está desordenada, ésta no se calificará.
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. Las ecuaciones, a menos que se indique lo contrario, deben resolverse en el conjunto de los números reales.
11. Trabaje con calma. Le deseamos el mayor de los éxitos.

Selección única

1. El conjunto solución de la ecuación $(2-x)(x+3)=(x+3)$ es igual a

   A) $\{-3,1\}$

   B) $\{-1,3\}$

   C) $\{-3\}$

   D) $\{1\}$

2. Si una de las soluciones de la ecuación $bx^2-5bx-3x+15=0$ es 3, entonces, la otra solución es

   A) $\dfrac{2}{3}$

   B) $\dfrac{3}{2}$

   C) 2

   D) 5

3. Una de las soluciones de la ecuación $x^2=x+\dfrac{1}{2}$ corresponde a

   A) $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

   B) $\dfrac{1+\sqrt{3}}{4}$

   C) $\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$

   D) $\dfrac{-1+\sqrt{3}}{4}$

4. ¿Cuántas **soluciones negativas** tiene la ecuación $7x^2 - 7x - 2x^3 = -2$?

   A) 0

   B) 1

   C) 2

   D) 3

5. La cantidad de soluciones de la ecuación $2x^2(x^2 - 1) - 1 + x^2 = 0$ es

   A) 0.

   B) 2.

   C) 3.

   D) 4.

6. El conjunto solución de la ecuación $x^4 - 103x^2 + 300 = 0$ tiene exactamente

   A) dos soluciones reales.

   B) una solución positiva.

   C) cuatro soluciones racionales.

   D) dos soluciones irracionales y dos racionales.

7. El conjunto solución de la ecuación $\dfrac{1}{x-2} = \dfrac{1}{x^2-4}$ es igual a

   A) $\emptyset$

   B) $\{-1\}$

   C) $\{-1, 2\}$

   D) $\{-1, -2, 2\}$

8. La solución de la ecuación $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{b-5}{4b}$ corresponde a

   A) $\frac{-5}{2}$

   B) $\frac{5}{2}$

   C) $\frac{2}{5}$

   D) $\frac{-2}{5}$

9. Analice las siguientes ecuaciones:

$$\text{I. } -|x-4|=-2$$

$$\text{II. } |5x|-10=0$$

   ¿Cuál(es) de las ecuaciones anteriores tiene(n) solución en $\mathbb{R}$?

   A) Solo la I.

   B) Solo la II.

   C) Ambas.

   D) Ninguna.

10. ¿Cuántas soluciones **enteras** tiene la ecuación $|3x-1|=10$?

   A) 0

   B) 1

   C) 2

   D) 3

11. La ecuación $\sqrt[4]{(x-1)^4} = 3$
    A) no tiene soluciones.
    B) tiene dos soluciones positivas.
    C) tiene dos soluciones negativas.
    D) tiene una solución positiva y una negativa.

12. La cantidad de soluciones de la ecuación $\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(x^2-9\right)=0$ es
    A) 0
    B) 1
    C) 2
    D) 3

13. Analice las siguientes ecuaciones:

    I. $\sqrt[3]{x+5}+2=0$

    II. $\sqrt{x+5}+3=0$

    ¿Cuál(es) de las ecuaciones anteriores tiene(n) solución en $\mathbb{R}$?
    A) Solo la I.
    B) Solo la II.
    C) Ambas.
    D) Ninguna.

14. Si a y b son números reales distintos, la pendiente de la recta que pasa por los puntos de coordenadas $\left(a, a^2\right)$ y $\left(b, b^2\right)$ es igual a

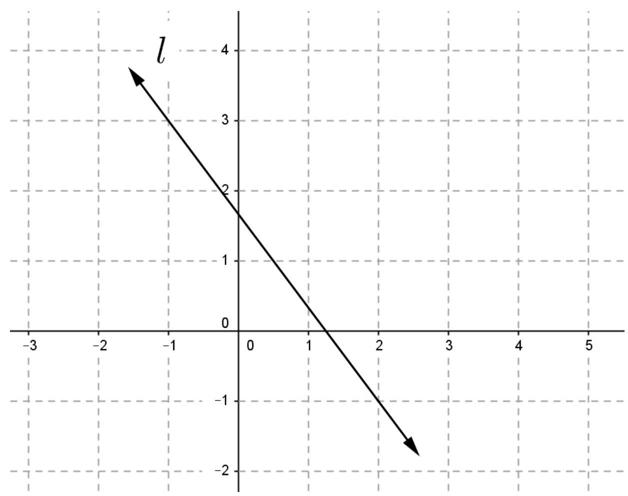
A) $b - a$

B) $b + a$

C) $\dfrac{1}{b-a}$

D) $\dfrac{1}{b+a}$

15. De acuerdo con los datos de la figura, la ecuación de la recta l es



A) $y = \dfrac{-4x}{3} + \dfrac{5}{3}$

B) $y = \dfrac{-3x}{4} + \dfrac{5}{3}$

C) $y = \dfrac{-4x}{3} - \dfrac{5}{3}$

D) $y = \dfrac{4x}{3} + \dfrac{5}{3}$

16. Si la recta $y = \dfrac{2x}{k-1} + 2$ (con $k \neq 1$) es paralela a $y = 4x + 5$, entonces, el valor de k es igual a

    A) 4

    B) $\dfrac{3}{2}$

    C) $\dfrac{-2}{3}$

    D) $\dfrac{-1}{4}$

17. Si una recta l contiene a los puntos $(-1, 3)$ y $(1, -1)$, entonces, cualquier recta perpendicular a l, con certeza es

    A) vertical.

    B) creciente.

    C) horizontal.

    D) decreciente.

18. ¿Cuál de las siguientes rectas es perpendicular a $3x + 2y = 11$?

    A) $-x + y = -2$

    B) $-2x + 3y = -3$

    C) $x + 2y = 9$

    D) $3x + 2y = 15$

19. Si una recta l es perpendicular a $x + 4y = -4$ en su punto de intersección con el eje Y, entonces, la ecuación de la recta l es

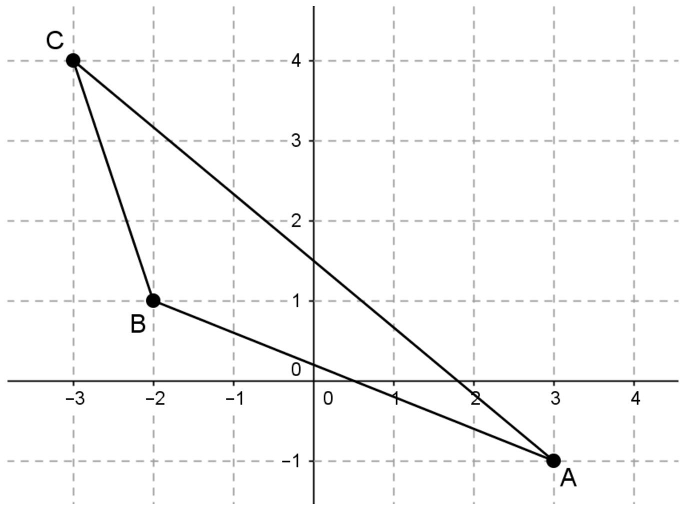
    A) $y = 4x - 1$

    B) $y = 4x + 1$

    C) $y = \dfrac{x}{4} + 1$

    D) $y = \dfrac{x}{4} - 1$

Utilice la siguiente figura para responder las preguntas 20 y 21.



20. La medida del $\overline{AB}$ es igual a

A) $\sqrt{29}$

B) $\sqrt{21}$

C) $\sqrt{27}$

D) $\sqrt{31}$

21. Si (a, b) es el punto medio del $\overline{AC}$, entonces, $a + b$ es igual a

A) $\dfrac{7}{2}$

B) $\dfrac{5}{2}$

C) $\dfrac{3}{2}$

D) 2

22. El punto de intersección de las rectas $y = -x + 1$ y $-x + 2y = -4$ se ubica en el cuadrante

    A) I

    B) II

    C) III

    D) IV

23. En una actividad social, los precios de las entradas son de $\$1,5$ para los niños y $\$2,5$ para los adultos. Si se ha recaudado $\$712,5$ por la venta de 405 entradas, entonces, la cantidad de niños que han pagado el derecho de admisión para esta actividad, es

    A) 105

    B) 285

    C) 300

    D) 307

24. Si los puntos de coordenadas $A(-1, 2)$ y $B(1, 3)$ son los extremos de un diámetro de una circunferencia, entonces, la ecuación para esta curva es

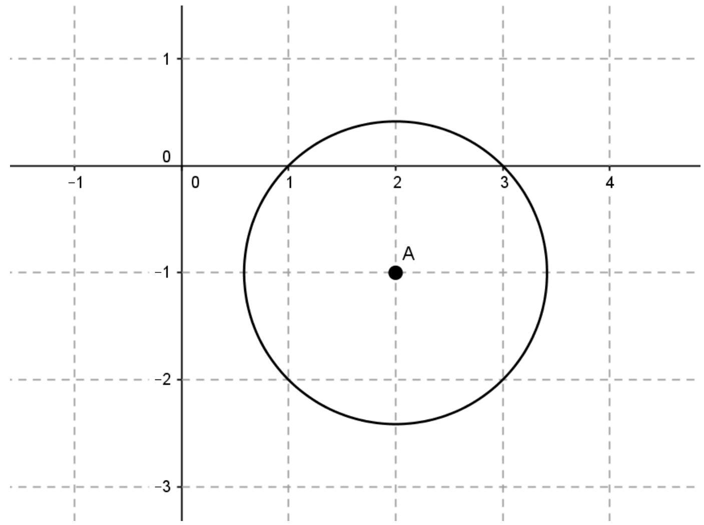
    A) $x^2 + \left(y - \dfrac{5}{2}\right)^2 = \dfrac{5}{4}$

    B) $x^2 + (y-2)^2 = 25$

    C) $(x+1)^2 + \left(y + \dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{25}{2}$

    D) $(x-1)^2 + \left(y - \dfrac{1}{2}\right)^2 = \sqrt{5}$

25. Si la circunferencia de la siguiente figura tiene centro A, entonces, su ecuación es



A) $(x-2)^2+(y+1)^2=2$.

B) $(x-2)^2+(y+1)^2=1$.

C) $(x+2)^2+(y-1)^2=2$.

D) $(x+2)^2+(y-1)^2=\sqrt{2}$.

26. Las coordenadas del centro para una circunferencia con ecuación $x^2+6x+y^2-4y=10$ corresponden a

A) $(-2,-3)$.

B) $(-3,-2)$.

C) $(-3,2)$.

D) $(2,-3)$.

27. En una circunferencia con centro $C\left(\frac{-1}{2},1\right)$ y que contiene el punto $D\left(\frac{1}{2},0\right)$, el valor del radio corresponde a

   A) 1.
   B) 2.
   C) 4.
   D) $\sqrt{2}$.

28. Un punto que pertenece al interior de la circunferencia con ecuación $x^2+y^2=25$ corresponde a

   A) $(0,5)$
   B) $(5,0)$
   C) $(2,4)$
   D) $(-1,5)$

29. La ecuación de una recta tangente a la circunferencia de ecuación $(x-1)^2+(y-3)^2=1$ corresponde a

   A) $x=4$
   B) $y=4$
   C) $x=-1$
   D) $y=-4$

30. La ecuación de una circunferencia tangente exteriormente a $x^2+y^2=16$ es

   A) $(x-3)^2+y^2=1$.
   B) $(x-5)^2+y^2=1$.
   C) $x^2+(y-3)^2=1$.
   D) $(x-3)^2+(y-5)^2=1$.

31. El vértice de una parábola es $(3,7)$ y corta al eje Y en $(0,-2)$. Con respecto a dicha parábola, analice las siguientes proposiciones:

    I. El discriminante es menor que cero.

    II. El rango es $]-\infty, 7]$.

    ¿Cuál de las proposiciones anteriores es verdadera?

    A) Solo la I

    B) Solo la II

    C) Ambas

    D) Ninguna

32. La coordenada y del vértice de la parábola $y = -2\left[(x-3)^2 + 5\right]$ corresponde a

    A) 5

    B) 10

    C) -3

    D) -10

33. El eje de simetría de una parábola es $x = 2$ y un corte con el eje X es $(10,0)$. Con **certeza**, se cumple que en la parábola

    A) el discriminante es negativo.

    B) la concavidad es hacia arriba.

    C) el otro corte con el eje X es $(-6,0)$.

    D) el otro corte con el eje X es $(-10,0)$.

34. ¿En cuál de las siguientes parábolas el discriminante es igual a **cero**?

A) $y = -(x-1)^2 + 1$

B) $y = (x-1)^2 + 1$

C) $y = -x^2 + 1$

D) $y = (x-1)^2$

35. Para la parábola con ecuación $y = (2x-1)(1-x)$ analice las siguientes proposiciones:

I. El corte con el eje Y es $(0, -1)$.

II. Es cóncava hacia arriba.

¿Cuál de las proposiciones anteriores es verdadera?

A) Solo la I

B) Solo la II

C) Ambas

D) Ninguna

36. El eje de simetría de la parábola $y = 3x^2 - 4x + 3$ corresponde a

A) $x = \dfrac{1}{2}$

B) $x = \dfrac{2}{3}$

C) $x = \dfrac{-1}{2}$

D) $x = \dfrac{-2}{3}$

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

EMat Escuela de Matemática

Proyecto MATEM

Precálculo undécimo
I Examen Parcial 2017

Nombre: ____

Colegio: ____

Código: ____

Pregunta	Puntos
D1	
D2	
D3	

Fórmula: 1

Desarrollo

1. Determine el conjunto solución de la ecuación: (5 puntos)

$$\frac{x^2 - x - 56}{x^2 - 16} + \frac{1}{x-4} = \frac{x}{x-4}$$

2. Resuelva, usando ecuaciones, el siguiente problema: (7 puntos)

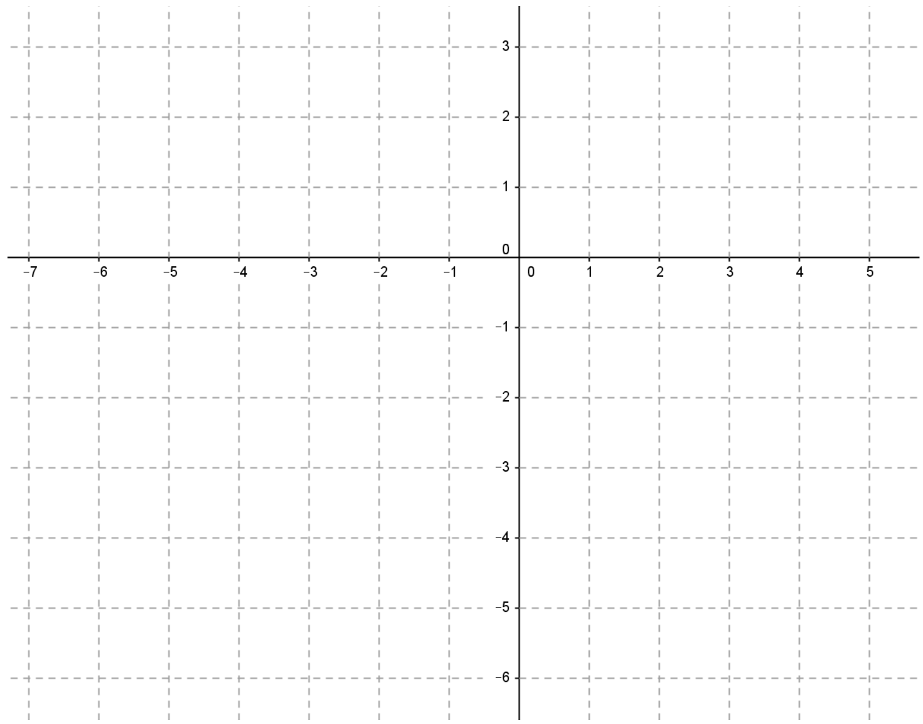
   Un rectángulo mide 15 cm de largo y 8 cm de ancho. ¿En cuántos centímetros habría que disminuir el largo y el ancho para que la diagonal sea 4 cm menor que la diagonal original?

3. Considere la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 + 4x + 2y = 4$.

   A) Determine el centro y el radio de dicha circunferencia. (2 puntos)

   B) Determine, algebraicamente, los puntos de intersección de la recta $y = -x - 6$ con dicha circunferencia. (3 puntos)

   C) Grafique, en el plano cartesiano, la circunferencia y la recta dada. (2 puntos)



Proyecto MATEM- Precálculo undécimo

I Examen Parcial 2017- Solucionario

Selección única

1. A

2. D

3. A

4. A

5. B

6. D

7. B

8. A

9. C

10. B

11. D

12. B

13. A

14. B

15. A

16. B

17. B

18. B

19. A

20. A

21. C

22. D

23. C

24. A

25. A

26. C

27. D

28. C

29. B

30. B

31. B

32. D

33. C

34. D

35. A

36. B

Desarrollo

1. Determine el conjunto solución de la ecuación: (5 puntos)

$$\frac{x^2-x-56}{x^2-16}+\frac{1}{x-4}=\frac{x}{x-4}$$

Solución:

$\dfrac{x^2-x-56}{(x-4)\,(x+4)}+\dfrac{1}{x-4}=\dfrac{x}{x-4}$ restricciones $x\neq -4$, $x\neq 4$

$\Rightarrow \dfrac{x^2-x-56+x+4}{(x-4)\,(x+4)}=\dfrac{x(x+4)}{(x-4)\,(x+4)}$

$\Rightarrow x^2-x-56+x+4=x(x+4)$

$\Rightarrow x^2-x-56+x+4=x^2+4x$

$\Rightarrow -x-56+x+4=4x$

$\Rightarrow -52=4x$

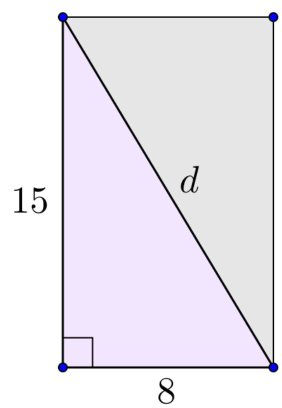
$\Rightarrow x=-13$

El conjunto solución es $S=\{-13\}$

2. Resuelva, usando ecuaciones, el siguiente problema: (7 puntos)

   Un rectángulo mide 15 cm de largo y 8 cm de ancho. ¿En cuántos centímetros habría que disminuir el largo y el ancho para que la diagonal sea 4 cm menor que la diagonal original?

   Solución:



- Lo primero es determinar la diagonal del rectángulo original:
  $d^2 = 15^2 + 8^2$

  $\Rightarrow d^2 = 289$

  $\Rightarrow d = 17$

- Si x es lo que se le disminuye al largo y al ancho, en el nuevo rectángulo el largo y ancho miden $15 - x$ y $8 - x$ respectivamente. Además, como se quiere disminuir 4 a la diagonal (es decir $17 - 4 = 13$), entonces:

  $13^2 = (15 - x)^2 + (8 - x)^2$

  $\Rightarrow 169 = 225 - 30x + x^2 + 64 - 16x + x^2$

  $\Rightarrow -120 = -46x + 2x^2$

  $\Rightarrow 2x^2 - 46x + 120 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 23x + 60 = 0$

$\Rightarrow (x-3)(x-20) = 0$

$\Rightarrow x = 3, x = 20$

Note que x es lo que se le va a restar al ancho y al largo, entonces no puede ser 20 porque el ancho mide 8 (lo mismo sucede con el largo, que originalmente mide 15).

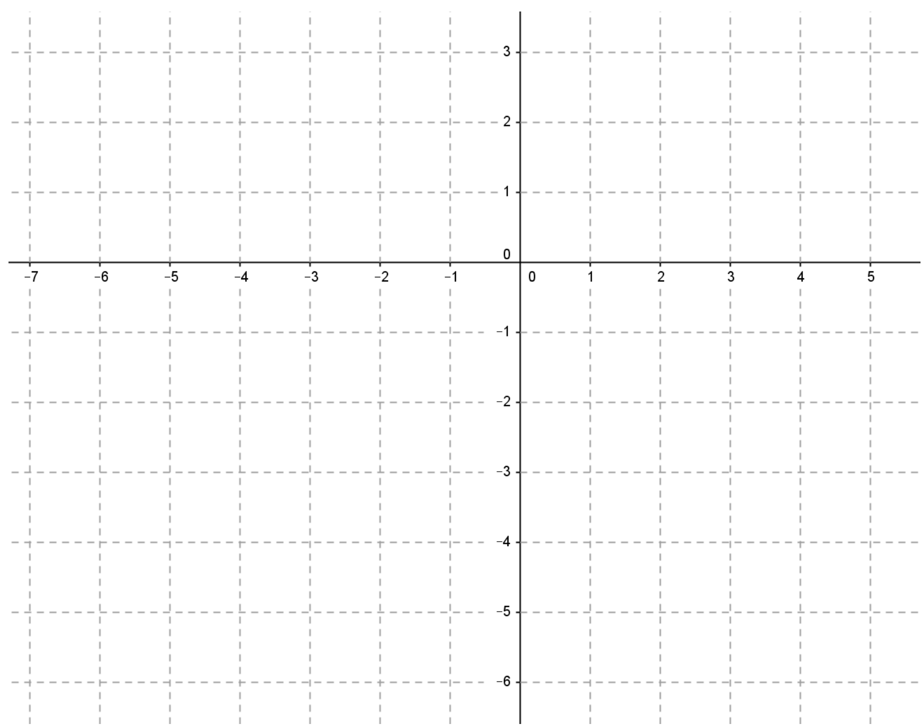
Se debe cumplir entonces que habría que disminuir el largo y el ancho en 3 cm.

3. Considere la circunferencia $x^2 + y^2 + 4x + 2y = 4$.

   A) Determine el centro y el radio de dicha circunferencia. (2 puntos)

   B) Determine, algebraicamente, los puntos de intersección de la recta $y = -x - 6$ con dicha circunferencia. (3 puntos)

   C) Grafique, en el plano cartesiano, la circunferencia y la recta dada. (2 puntos)



Solución:

- Completamos cuadrados para darle la forma básica a la ecuación de la circunferencia:

  $(x^2 + 4x) + (y^2 + 2y) = 4$

  $\Rightarrow (x^2 + 4x + 4 - 4) + (y^2 + 2y + 1 - 1) = 4$

  $\Rightarrow (x + 2)^2 - 4 + (y + 1)^2 - 1 = 4$

  $\Rightarrow (x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$

  El centro es $(-2, -1)$ y el radio $r = 3$.

- Para determinar los puntos de intersección, sustituimos $y = -x - 6$ en la ecuación de la circunferencia:

  $x^2 + (-x - 6)^2 + 4x + 2(-x - 6) = 4$

  $\Rightarrow x^2 + x^2 + 12x + 36 + 4x - 2x - 12 = 4$

  $\Rightarrow 2x^2 + 14x + 20 = 0$

  $\Rightarrow x^2 + 7x + 10 = 0$

  $\Rightarrow (x + 2)(x + 5) = 0$

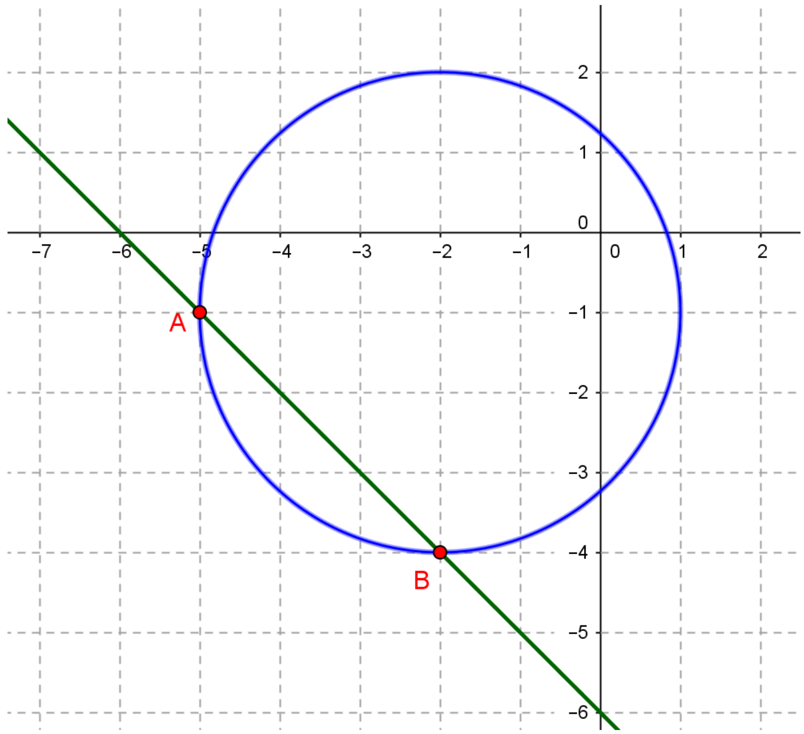
  $\Rightarrow x = -2,\ x = -5$

  Sustituyendo cada uno de esos valores en la ecuación de la recta se obtiene:

  Para $x = -2, \Rightarrow y = 2 - 6 = -4$

  Para $x = -5, \Rightarrow y = 5 - 6 = -1$

  Los puntos de intersección son: $(-2, -4) \quad \text{y} \quad (-5, -1)$



LaTeX