



Universidad de Costa Rica  
Instituto Tecnológico de Costa Rica



## SOLUCIONARIO

PRIMER EXAMEN PARCIAL 2015 - Sábado 25 de abril

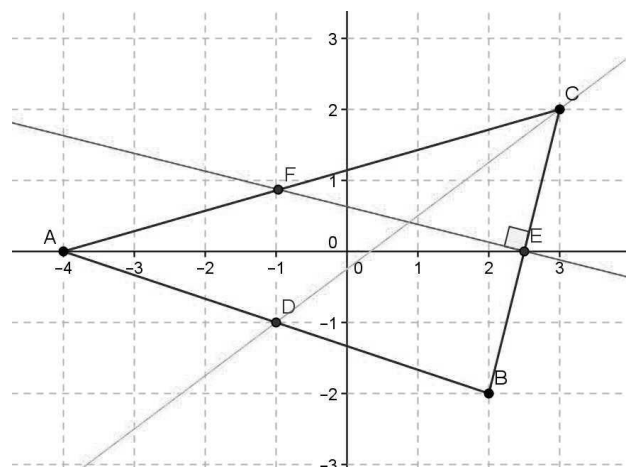
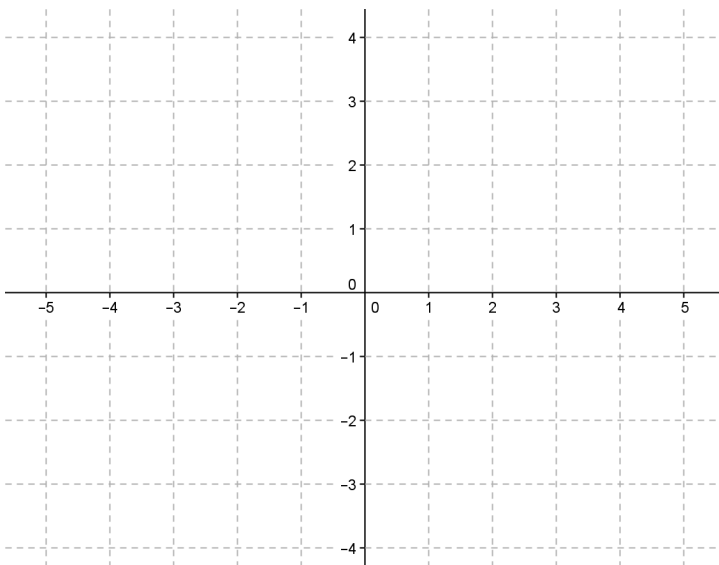
### Selección única

1	C	13	D	25	B
2	B	14	D	26	D
3	D	15	A	27	A
4	A	16	A	28	B
5	D	17	B	29	B
6	B	18	D	30	D
7	B	19	A	31	D
8	A	20	A	32	B
9	A	21	D	33	A
10	D	22	B	34	D
11	C	23	B		
12	C	24	A		

### SEGUNDA PARTE. COMPLETE (Valor 10 puntos)

Escriba en el espacio indicado lo que se le solicita de modo que complete correctamente lo que se le solicita.

1. Considere el  $\triangle ABC$  cuyos vértices son los puntos  $A(-4,0)$ ,  $B(2,-2)$  y  $C(3,2)$ .



- a) (1 punto) La pendiente de la recta  $\overline{AC}$  es igual a  $\underline{\hspace{2cm}} m = \frac{2-0}{3-4} = \frac{2}{7} \underline{\hspace{2cm}}$ .
- b) (1 punto) La pendiente de la mediatriz sobre  $\overline{BC}$  es igual a  $\underline{\hspace{2cm}} \frac{-1}{4} \underline{\hspace{2cm}}$ .
- c) (1 punto)  $AC$  (medida del  $\overline{AC}$ ) es igual a  $\underline{\hspace{2cm}} d = \sqrt{(-4-3)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{53} \underline{\hspace{2cm}}$ .
- d) (1 punto) La ecuación de la altura sobre  $\overline{AB}$  es  $\underline{\hspace{2cm}} y = 3x - 7 \underline{\hspace{2cm}}$ .
- e) (1 punto) La ecuación de la mediana sobre  $\overline{AC}$  es  $\underline{\hspace{2cm}} y = \frac{-6}{5}x + \frac{2}{5} \underline{\hspace{2cm}}$ .
2. (1 punto) Escriba la ecuación de la circunferencia tangente al eje  $X$  y de centro  $(4, -3)$  :
- $\underline{\hspace{2cm}} (x-4)^2 + (y+3)^2 = 9 \underline{\hspace{2cm}}$
3. (1 punto) Escriba la ecuación de la circunferencia concéntrica a  $x^2 + y^2 - 8x = -14$  y de radio 4.
- $\underline{\hspace{2cm}} (x-4)^2 + y^2 = 16 \underline{\hspace{2cm}}$
4. (1 punto) La ecuación de una parábola con vértice  $(-1, 2)$  y que interseque al eje  $x$  corresponde a  $\underline{\hspace{2cm}} y = -(x+1)^2 + 2 \underline{\hspace{2cm}}$ .
5. (1 punto) El rango de la parábola  $y = (x-1)(-2x+3)$  corresponde a  $\underline{\hspace{2cm}} \left] -\infty, \frac{1}{8} \right] \underline{\hspace{2cm}}$ .
6. (1 punto) El vértice de la parábola  $y = -2x^2 + 3x - 1$  corresponde a  $\underline{\hspace{2cm}} \left( \frac{3}{4}, \frac{1}{8} \right) \underline{\hspace{2cm}}$ .
- $\underline{\hspace{2cm}}$ .

**TERCERA PARTE. DESARROLLO (Valor 12 puntos)**

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1. (6 puntos) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$\frac{2}{x-3} - \frac{x-1}{x+2} = \frac{1}{x^2 - x - 6}$$

Solución:

$$\frac{2}{x-3} - \frac{x-1}{x+2} = \frac{1}{x^2 - x - 6} \quad \text{restricciones } x \neq 3, x \neq -2$$

$$\Rightarrow \frac{2(x+2) - (x-3)(x-1)}{(x-3)(x+2)} = \frac{1}{(x-3)(x+2)}$$

$$\Rightarrow 2(x+2) - (x-3)(x-1) = 1$$

$$\Rightarrow 2x + 4 - x^2 + x + 3x - 3 = 1$$

$$\Rightarrow -x^2 + 6x + 1 = 1$$

$$\Rightarrow x(-x + 6) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ o } x = 6$$

Como ninguno de esos valores es restricción,  $S = \{0, 6\}$ .

2. (6 puntos) **Escoja UNO** de los siguientes problemas y resuélvalo usando ecuaciones. **Si resuelve los dos, se le calificará únicamente el primero que resuelva.**

**OPCIÓN 1:**

La suma de dos números es 14 y la de sus recíprocos es  $\frac{7}{24}$ . Obtenga los números.

Solución:

Sea  $x$  uno de los números.  $14 - x$  es el otro número (porque la suma de ambos da 14)

Los recíprocos de estos números son:

$\frac{1}{x}$  y  $\frac{1}{14-x}$  respectivamente

Según los datos del problema se tiene que:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{14-x} = \frac{7}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{24(14-x) + 24x}{24x(14-x)} = \frac{7x(14-x)}{24x(14-x)}$$

$$\Rightarrow 336 - 24x + 24x = 98x - 7x^2$$

$$\Rightarrow -7x^2 + 98x - 336 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 14x + 48 = 0$$

$$\Rightarrow (x-8)(x-6) = 0$$

$$\Rightarrow x = 8 \text{ o } x = 6$$

a) si  $x = 8 \Rightarrow 14 - x = 6$

b) si  $x = 6 \Rightarrow 14 - x = 8$

**RESPUESTA:** los números buscados son 6 y 8

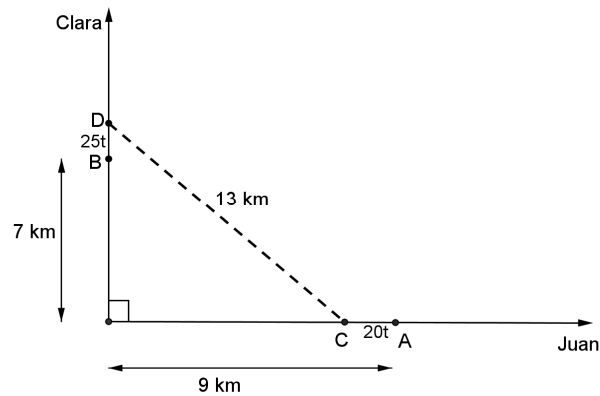
### **OPCIÓN 2:**

Juan y Clara están manejando sus bicicletas, cada uno en una carretera, las cuales se intersecan perpendicularmente. Suponga que Juan se halla a 9 km de la intersección y acercándose a ella a 20 km/h, mientras que Clara está a 7 km de la intersección y alejándose de ella a 25 km/h; ¿al cabo de qué tiempo estarán separados una distancia de 13 km?

### **Solución:**

Sea  $t$  el tiempo transcurrido desde el momento que parten ambos ciclistas (desde el punto A y B respectivamente en la figura).

En la figura, C y D son los puntos donde la distancia entre Juan y Clara es de 13 Km.



Entonces  $d(A, C) = 20t$  y  $d(D, B) = 25t$  (porque el recorrido se realiza en el mismo tiempo y la distancia, relacionando velocidad y tiempo, está dada por  $d = vt$ ).

Por el teorema de Pitágoras se tiene que:  $(7 + 25t)^2 + (9 - 20t)^2 = 13^2$

$$\Rightarrow 49 + 350t + 625t^2 + 400t^2 - 360t + 81 = 169$$

$$\Rightarrow 1025t^2 - 10t - 39 = 0$$

$$\Rightarrow (205t + 39)(5t - 1) = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{5} \quad \text{o} \quad t = \frac{-39}{205}$$

Como  $t$  representa el tiempo en horas, se toma  $t = \frac{1}{5}$  hora, es decir 12 minutos.

**RESPUESTA:** a los 12 minutos estarán separados por 13 km.