



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

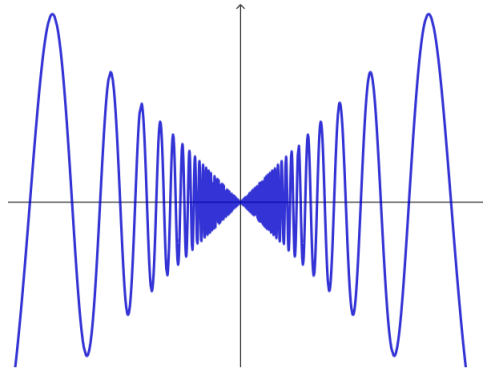
EMat Escuela de
Matemática



MATEM

Matemática Para la Enseñanza Media

Precálculo
IV Examen Parcial 2023



Nombre: _____

Colegio: _____

Fórmula: 1

Sábado 28 de octubre

Indicaciones

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de 2 horas y 30 minutos.
2. Lea cuidadosamente cada instrucción y cada pregunta antes de contestar.
3. Este examen consta de una única parte de selección única (36 puntos).
4. La parte de selección única debe ser contestada en la **hoja de respuestas** que se le dará para tal efecto. Fírmela en el espacio correspondiente utilizando bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
5. En la **hoja de respuestas** usted deberá rellenar con **lápiz** la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa, en forma correcta y verdadera, la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja de respuestas.
6. No se permite el uso de calculadora científica o programable. La calculadora que puede utilizar es la que contiene únicamente las operaciones básicas.
7. Las ecuaciones, a menos que se indique lo contrario, deben resolverse en el conjunto $[0, 2\pi]$.
8. Trabaje con calma. Le deseamos el mayor de los éxitos.

Selección única y complete

1. ¿A cuántos grados equivale $\frac{31\pi}{3}$ radianes?
 - A) 1740°
 - B) 1860°
 - C) 2040°
 - D) 2220°

2. ¿Cuántos radianes equivalen a 2024° ?
 - A) $\frac{45\pi}{506}$
 - B) $\frac{45\pi}{253}$
 - C) $\frac{253\pi}{45}$
 - D) $\frac{506\pi}{45}$

3. El punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real $\frac{23\pi}{6}$ se ubica en el cuadrante
 - A) I
 - B) II
 - C) III
 - D) IV

4. ¿Cuáles son las coordenadas del punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real $\frac{2025\pi}{2}$?

A) $(0, -1)$

B) $(-1, 0)$

C) $(0, 1)$

D) $(1, 0)$

5. Un ángulo t en posición estándar mide $\frac{\pi}{4}$. ¿Cuál de las siguientes medidas corresponde a un **ángulo cotermino** con el ángulo t ?

A) $\frac{-28\pi}{4}$

B) $\frac{-29\pi}{4}$

C) $\frac{-31\pi}{4}$

D) $\frac{-35\pi}{4}$

6. Si al número real α le corresponde, en la misma circunferencia trigonométrica, el punto de coordenadas $\left(\frac{-3}{5}, \frac{4}{5}\right)$, entonces $\csc(\alpha)$ es igual a

A) $\frac{-5}{3}$

B) $\frac{5}{3}$

C) $\frac{5}{4}$

D) $\frac{-5}{4}$

7. ¿Cuál de los siguientes pares ordenados corresponde a un punto de la circunferencia trigonométrica?

A) $\left(\frac{-2}{3}, \frac{\sqrt{5}}{3}\right)$

B) $\left(\frac{-2}{3}, \frac{\sqrt{5}}{5}\right)$

C) $\left(\frac{-2}{3}, \frac{\sqrt{5}}{2}\right)$

D) $\left(\frac{-2}{5}, \frac{\sqrt{5}}{3}\right)$

8. Considere el par ordenado $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ de la circunferencia trigonométrica, ¿cuáles de los siguientes números están asociados a ese par ordenado?

A) $\frac{2\pi}{3}$ y $\frac{-2\pi}{3}$

B) $\frac{2\pi}{3}$ y $\frac{-4\pi}{3}$

C) $\frac{4\pi}{3}$ y $\frac{-2\pi}{3}$

D) $\frac{4\pi}{3}$ y $\frac{-4\pi}{3}$

9. Si (a, b) son las coordenadas del punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real $\frac{11}{6}\pi$, entonces el valor de $a + b$ es igual a

A) $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$

B) $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$

C) $\frac{-\sqrt{3} + 1}{2}$

D) $\frac{-\sqrt{3} - 1}{2}$

10. Si el punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real θ , pertenece a la recta $y = -x$, entonces $\tan \theta$ es igual a

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B) 1

C) -1

D) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$

11. Si $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ y $\sin x = \frac{1}{3}$, entonces el valor de $\cos x$ es igual a

A) $\frac{2\sqrt{3}}{2}$

B) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

C) $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$

D) $\frac{-2\sqrt{3}}{2}$

12. La expresión $\frac{\cos(2x)}{\cos x - \operatorname{sen} x}$ es equivalente a

A) $\frac{1}{\cos x}$

B) $\frac{-\cos x}{\operatorname{sen} x}$

C) $\cos x - \operatorname{sen} x$

D) $\cos x + \operatorname{sen} x$

13. La expresión $\sec x - \sec x \cdot \operatorname{sen}^2 x$ es equivalente a

A) $\operatorname{sen} x$

B) $\cos x$

C) $\cos^2 x$

D) $\cos x \cdot \cot x$

14. La expresión $\cos^2 x \cdot \operatorname{sen}^2 x \cdot \tan^2 x \cdot \operatorname{csc}^2 x$ es equivalente a

A) $\operatorname{sen}^4 x$

B) $\operatorname{sen}^2 x$

C) $\operatorname{csc}^2 x$

D) 1

15. La expresión $\sin 3x$ es equivalente a

- A) $3 \sin x$
- B) $3 \sin x \cos x$
- C) $\sin^3 x - \cos^3 x$
- D) $\sin 2x \cos x + \sin x \cos 2x$

16. La expresión $\csc x + \cot x$ es equivalente a

- A) $\frac{-\sin x}{1 - \cos x}$
- B) $\frac{\sin x}{1 - \cos x}$
- C) $\frac{1 - \cos x}{\sin x}$
- D) $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x}$

17. La expresión $\frac{\sin 4x}{\sin 2x}$ es equivalente a

- A) $\cos 2x$
- B) $2 \cos 2x$
- C) $4 \cos 2x$
- D) $2 \cos x \cos 2x$

18. La expresión $\frac{\sec x + \cos x}{\sec x - \cos x}$ es equivalente a

A) 1

B) $\frac{1}{\operatorname{sen}^2 x}$

C) $\frac{1 + \cos x}{\operatorname{sen}^2 x}$

D) $\frac{1 + \cos^2 x}{\operatorname{sen}^2 x}$

19. La expresión $\operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ es equivalente a

A) 0

B) 1

C) $\cos x - \operatorname{sen} x$

D) $\cos x + \operatorname{sen} x$

20. La expresión $\cos\left(2x + \frac{5\pi}{3}\right)$ es equivalente a

A) $\frac{\operatorname{sen} 2x + \sqrt{3} \cos 2x}{2}$

B) $\frac{\cos 2x + \sqrt{3} \operatorname{sen} 2x}{2}$

C) $\frac{\operatorname{sen} 2x - \sqrt{3} \cos 2x}{2}$

D) $\frac{\cos 2x - \sqrt{3} \operatorname{sen} 2x}{2}$

21. La expresión $\arcsin(-1) + \arccos(1) \cdot \arctan(\pi)$ es equivalente a

A) $\frac{-\pi}{2}$

B) $\frac{-\pi}{4}$

C) 0

D) π

22. Considere la función $h : \left[\frac{\pi}{2}, \frac{17\pi}{10}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ con criterio $h(x) = \sin x$.

¿Cuántas veces interseca la gráfica de h al eje x ?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

23. Considere la función $g : [0, 2\pi[\rightarrow \mathbb{R}$ con criterio $g(x) = \sin x$. ¿En cuál de los siguientes conjuntos se cumple que $g \leq 0$?

A) $\left]0, \frac{\pi}{2}\right]$

B) $\left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[$

C) $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right[$

D) $\left]\frac{2\pi}{3}, 2\pi\right[$

24. Considere la función f definida en su dominio máximo, codominio \mathbb{R} y con criterio $f(x) = \csc x$. ¿En cuál de los siguientes conjuntos f es creciente?

A) $]0, \pi[$

B) $] \pi, 2\pi[$

C) $]0, \frac{\pi}{2}[$

D) $] \pi, \frac{3\pi}{2}[$

25. Considere la función $j : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ con criterio $j(x) = \cos x$. ¿En cuál de los siguientes conjuntos se cumple que j es cóncava hacia arriba?

A) $]0, \pi[$

B) $] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$

C) $] \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}[$

D) $] \frac{2\pi}{3}, 2\pi[$

26. Considere la función m definida en su dominio máximo y codominio \mathbb{R} con criterio $m(x) = \cos x$. ¿Cuál es el valor de $m\left(\frac{5\pi}{6}\right)$?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{-1}{2}$

D) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

27. Considere la función $p : \left]0, \frac{3\pi}{2}\right[- \left\{\frac{\pi}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{R}$ con criterio $p(x) = \sec x$.
¿Cuántas veces interseca la gráfica de p a la recta $y = -2$?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

28. Considere la función $k : \left[0, 2\pi\right[- \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{R}$ con criterio $k(x) = \tan x$. ¿En cuáles de los siguientes puntos se cumple que k interseca al eje x ?

A) $(0, 0)$ y $(\pi, 0)$

B) $(0, 0)$ y $\left(\frac{2\pi}{3}, 0\right)$

C) $(\pi, 0)$ y $(2\pi, 0)$

D) $(\pi, 0)$ y $\left(\frac{3\pi}{4}, 0\right)$

29. Considere la función $r :]0, 2\pi[- \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$ con criterio $r(x) = \tan x$. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es, con certeza, verdadera?

A) $r(0) = 0$

B) $r\left(\frac{\pi}{4}\right) > 1$

C) $r(2) < 0$

D) $r\left(\frac{3\pi}{4}\right) > 0$

30. Considere la función g definida en su dominio máximo, codominio \mathbb{R} y con criterio $g(x) = \sec x$. ¿En cuál de los siguientes conjuntos g es cóncava hacia abajo?

A) $]0, \pi[$

B) $] \pi, 2\pi[$

C) $]0, \frac{\pi}{2}[$

D) $] \pi, \frac{3\pi}{2}[$

31. Considere la función f definida en su dominio máximo y codominio \mathbb{R} con criterio $f(x) = \arccos x$. El valor de $f(-1) - f(1)$

A) π

B) $\frac{\pi}{2}$

C) 0

D) -2

32. Considere la función t definida en su dominio máximo, codominio \mathbb{R} y con criterio $t(x) = \arcsen x$. ¿En cuál de los siguientes conjuntos t es cóncava hacia arriba?

A) $] -1, 0[$

B) $] 0, 1[$

C) $] -1, \frac{1}{2}[$

D) $] \frac{-1}{2}, 1[$

33. En $[0, 2\pi[$, el conjunto solución de $1 - \cos x = \cos x$ es igual a

A) $\{0, 2\pi\}$

B) $\left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\}$

C) $\left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6} \right\}$

D) \emptyset

34. En $]0, 2\pi[$, ¿cuántos elementos tiene el conjunto solución de $\cos^2 x = 1 + \sen^2 x$?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

35. Dos soluciones de la ecuación $\cot x (\tan x - 1) = 0$ corresponden a

A) $\frac{\pi}{4}$ y $\frac{\pi}{2}$

B) $\frac{3\pi}{4}$ y $\frac{5\pi}{4}$

C) $\frac{\pi}{4}$ y $\frac{5\pi}{4}$

D) $\frac{3\pi}{2}$ y $\frac{5\pi}{4}$

36. En $[0, \pi]$, el conjunto solución de $\sin^2 x + 2 \sin x + 1 = 0$ es igual a

A) $\{0\}$

B) $\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

C) $\left\{\frac{3\pi}{2}\right\}$

D) \emptyset

Fin del examen

I parte: Selección única

- | | | | |
|------|-------|-------|------------------------------------|
| 1. B | 10. C | 19. C | 28. A |
| 2. D | 11. C | 20. B | 29. C |
| 3. D | 12. D | 21. A | 30. D |
| 4. C | 13. B | 22. B | 31. A |
| 5. C | 14. B | 23. C | 32. B |
| 6. C | 15. D | 24. D | 33. B No tiene solución |
| 7. A | 16. B | 25. B | 34. B |
| 8. B | 17. B | 26. D | 35. C |
| 9. B | 18. D | 27. C | 36. D |