



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica



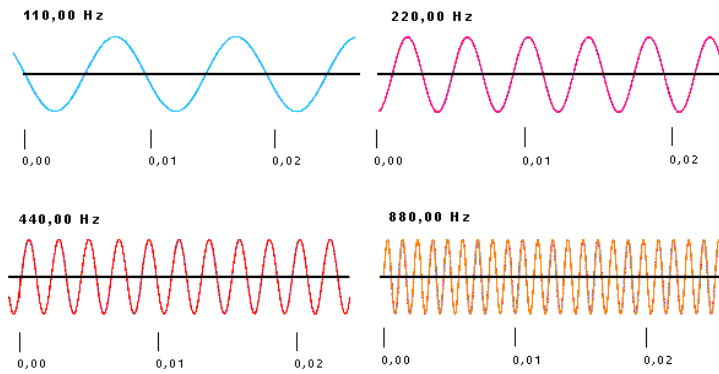
PRECÁLCULO

-Décimo Año-

IV EXAMEN PARCIAL 2014

Nombre: _____ código: _____

Colegio: _____



Fórmula

1

Sábado 15 de noviembre de 2014

INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección única (32 puntos), la segunda es de complete (7 puntos) y la tercera de desarrollo (11 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. **En los ítems de selección**, deberá rellenar con lápiz, **en la hoja de respuestas**, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, **sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**
7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente tinta indeleble.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará.**
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 32 puntos)

Puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.

1. Si (a, b) es el par ordenado correspondiente a un punto de la circunferencia

trigonométrica en el III cuadrante, entonces el valor de $\frac{1}{a} \bullet b$ es

(A) $\frac{a^2 + b^2}{\frac{a}{b}}$

(B) $\frac{a^2 + b^2}{\frac{b}{a}}$

(C) $-\frac{a^2 + b^2}{\frac{a}{b}}$

(D) $-\frac{a^2 + b^2}{\frac{b}{a}}$

2. Si (a, b) y (b, a) son los puntos de la circunferencia trigonométrica asociados a p y q respectivamente, con certeza sucede que

(A) $a = b$

(B) $a^2 - b^2 = 0$

(C) $\cos(p) = \operatorname{sen}(q)$

(D) $\cos(q) = \operatorname{sen}(p + \pi)$

3. El punto de la circunferencia trigonométrica correspondiente al número real $\frac{-125\pi}{6}$ se localiza en el cuadrante

- (A) I
- (B) II
- (C) III
- (D) IV

4. El punto de la circunferencia trigonométrica correspondiente al número real $\frac{46\pi}{6}$ es

- (A) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- (B) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- (C) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$
- (D) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

5. Al número real t le corresponde, en la circunferencia trigonométrica, el punto de coordenadas $\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$, entonces $\sec(t)$ es igual a

- (A) $\sqrt{5}$
- (B) $-\sqrt{5}$
- (C) $2\sqrt{5}$
- (D) $-2\sqrt{5}$

6. La expresión $\tan(x)$ no está definida para el siguiente número real

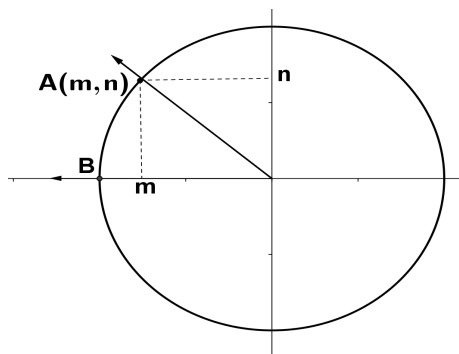
- (A) $\frac{15\pi}{30}$
 (B) $\frac{15\pi}{9}$
 (C) $\frac{30\pi}{15}$
 (D) $-\frac{15\pi}{3}$

7. La expresión $\sin^2\left(\frac{5}{4}\pi\right) - \cos\left(\frac{7\pi}{3}\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ es igual a

- (A) 0
 (B) 1
 (C) -1
 (D) $\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$

8. En la figura, A es el punto de coordenadas (m,n) de la circunferencia trigonométrica y B es el punto $(-1,0)$. Si la longitud del arco menor \widehat{AB} es $\frac{\pi}{4}$ entonces el valor de $\frac{n}{m}$ es

- (A) 0
 (B) 1
 (C) -1
 (D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$



9. Si $\text{sen}(\alpha) = \frac{11}{15}$ y $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, entonces $\cos \alpha$ es aproximadamente

- (A) $\frac{12}{15}$
- (B) $-\frac{12}{15}$
- (C) $\frac{2\sqrt{26}}{15}$
- (D) $-\frac{2\sqrt{26}}{15}$

10. El valor numérico de $3\cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right) - \text{sen}^2\left(\frac{28\pi}{6}\right)$ es

- (A) 0
- (B) 2
- (C) $\frac{3}{4}$
- (D) $\frac{5}{4}$

11. Un número real para el cual se cumple que $\text{sen} \alpha = -\cos \alpha$ puede ser

- (A) $\frac{5\pi}{2}$
- (B) $\frac{9\pi}{12}$
- (C) $\frac{5\pi}{4}$
- (D) $\frac{7\pi}{6}$

12. El valor de $\cos\left(-\frac{26\pi}{3}\right)$ corresponde a

- (A) $\frac{1}{2}$
- (B) $\frac{-1}{2}$
- (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (D) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

13. El valor numérico de la expresión $\operatorname{sen}^2\left(\frac{3}{2}\pi\right) + \operatorname{cos}^2\left(\frac{-3}{2}\pi\right)$ es igual a

- (A) 0
- (B) 1
- (C) -1
- (D) 2

14. Sea $h: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $h(x) = \operatorname{sen}(x)$. Esta función es positiva en el intervalo

- (A) $]0, \pi[$
- (B) $]-\frac{\pi}{2}, \pi[$
- (C) $]-\frac{\pi}{2}, 0[$
- (D) $]-\pi, \frac{\pi}{2}[$

15. La gráfica de una función g , definida en su dominio máximo, con criterio $g(x) = \cot(x)$, tiene una asíntota vertical de ecuación

(A) $x = \frac{-9\pi}{8}$

(B) $x = \frac{-4\pi}{8}$

(C) $x = \frac{-10\pi}{4}$

(D) $x = \frac{-15\pi}{3}$

16. Considere las funciones secante y cosecante definidas en su dominio máximo y analice las siguientes proposiciones:

I. Una asíntota vertical de la gráfica de la función secante es $x = \pi$

II. La función cosecante no está definida en el intervalo $]0, \pi[$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

(A) Ninguna

(B) Ambas

(C) Sólo II

(D) Sólo I

17. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = 2\cos(x) - 2$. El punto donde la gráfica de f interseca al eje Y es

(A) $(-2, 0)$

(B) $(0, 0)$

(C) $(-1, 0)$

(D) $(1, 0)$

18. El período de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -5 \operatorname{sen}\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{4}\right)$ es

(A) $\frac{-\pi}{4}$

(B) 8π

(C) $\frac{\pi}{8}$

(D) π

19. El dominio máximo de la función $f(x) = \operatorname{arcsen}(x)$ es el siguiente conjunto

(A) \mathbb{R}

(B) $[-1,1]$

(C) $\left] \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$

(D) $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$

20. La expresión $\operatorname{arcsen}\left(\cos\frac{-\pi}{6}\right)$ es igual a

(A) $\frac{\pi}{6}$

(B) $-\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{5\pi}{6}$

(D) $\frac{7\pi}{6}$

21. El valor de $\sin\left(2\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ es

- (A) 1
- (B) 0
- (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (D) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

22. El valor de $\arcsen\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$ es

- (A) $\frac{-\pi}{6}$
- (B) $\frac{-\pi}{3}$
- (C) $\frac{2\pi}{3}$
- (D) $\frac{5\pi}{6}$

23. La expresión $\sin 2\left(\arctan\frac{1}{x}\right)$ es igual a

- (A) $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
- (B) $\frac{6}{\sqrt{13}}$
- (C) $\frac{2x}{x^2+1}$
- (D) $\frac{x+1}{x^2+1}$

24. La expresión $\frac{1}{\cos x + 1} - \frac{1}{1 - \cos x}$ es igual a

- (A) 0
- (B) $-2 \cot x$
- (C) $-2 \cot x \cdot \csc x$
- (D) $-2 \tan x \cdot \sec x$

25. La expresión $\cos(-x) \cdot \csc\left(-x + \frac{\pi}{2}\right)$ es equivalente a

- (A) 1
- (B) -1
- (C) $-\cot(x)$
- (D) $\cot(x)$

26. Al simplificar al máximo $\csc x \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ es igual a

- (A) -1
- (B) 1
- (C) $\cot x$
- (D) $-\tan x$

27. Considere las siguientes afirmaciones:

- I. $2 \operatorname{sen}(2\alpha)\cos(2\alpha) = \operatorname{sen}(4\alpha)$
- II. $2 \cos^2(y) - 1 = \cos 2y$
- III. $\tan(x + \pi) = \tan(\pi - x)$

De las anteriores proposiciones, con certeza son verdaderas

- (A) La I y la II
- (B) La I y la III
- (C) La II y la III
- (D) Todas

28. La expresión $\frac{\csc^2(x - 2\pi) - \sec^2 x}{\cot x - \tan x}$ es igual a

- (A) $2(\cot x - \tan x)$
- (B) $2(\cot x + \tan x)$
- (C) $2 \csc^2 x - 1$
- (D) $\csc x \cdot \sec x$

29. Dos soluciones de $\tan^2 \theta - 3 = 0$ en $[0, 2\pi[$ son

(A) $\frac{\pi}{3}$ y $\frac{5\pi}{6}$

(B) $\frac{\pi}{3}$ y $\frac{4\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{6}$ y $\frac{7\pi}{6}$

(D) $\frac{\pi}{6}$ y $\frac{11\pi}{6}$

30. El conjunto solución de la ecuación $\cos(2x) = \sin(x)$ en $[0, 2\pi[$ es

(A) $\left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\}$

(B) $\left\{ \pi, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \right\}$

(C) $\left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \right\}$

(D) $\left\{ \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{6} \right\}$

31. En $]3\pi, 4\pi]$ el conjunto solución de $2\sin(x) + \sqrt{3} = 0$ es el siguiente

(A) $\left\{\frac{10\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}\right\}$

(B) $\left\{\frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$

(C) $\left\{\frac{-\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right\}$

(D) $\left\{\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$

32. Una solución de $(\tan x - 1)\cos x = 0$ es

(A) π

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{3\pi}{4}$

(D) $\frac{5\pi}{4}$

-fin de la primera parte-



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica

PRECÁLCULO

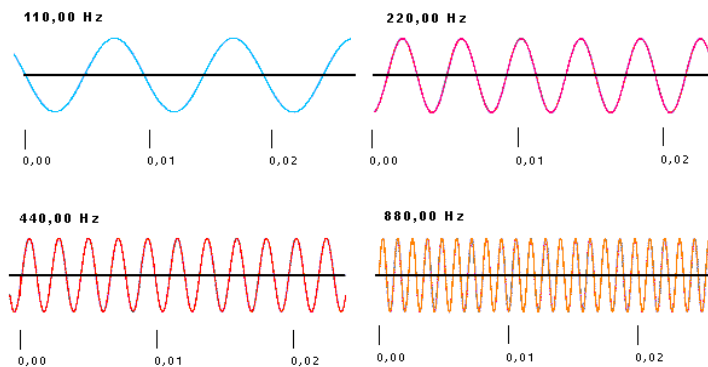
-Décimo Año-

IV EXAMEN PARCIAL 2014

Nombre: _____ código: _____

Colegio: _____

| PREGUNTA | Puntos obtenidos |
|--------------|------------------|
| Complete(7) | |
| 1(5) | |
| 2(6) | |
| TOTAL | |



Fórmula

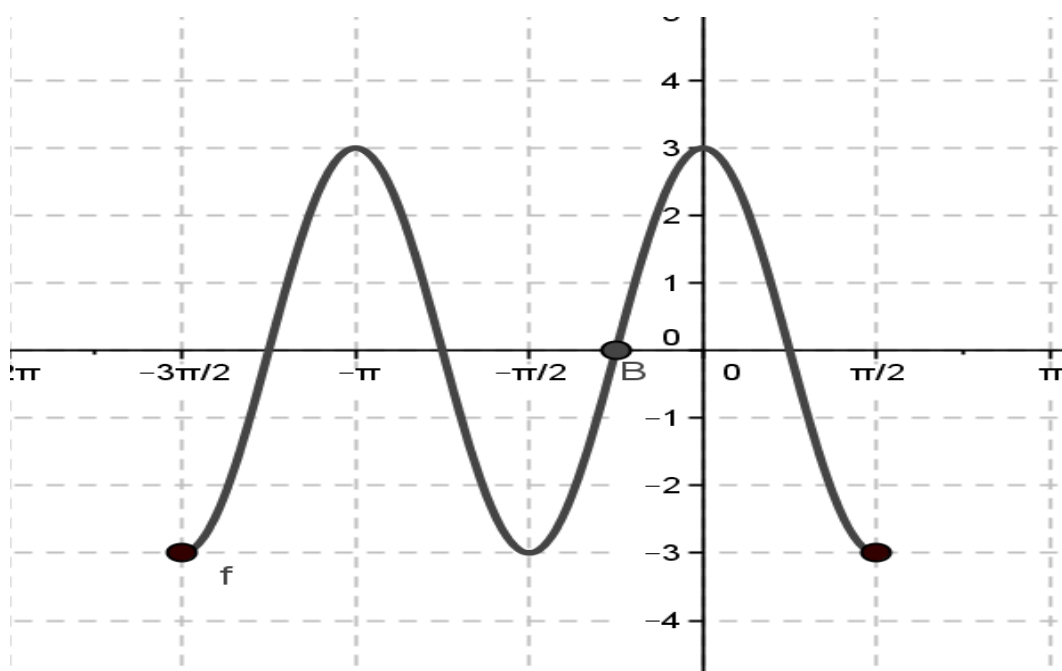
1

SEGUNDA PARTE. COMPLETE. (Valor 7 puntos)

1. A continuación se presenta la gráfica de la función

$$f : \left[\frac{-3\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = k \operatorname{sen}(bx + c)$$



Escriba en el espacio indicado lo que se le solicita:

- El ámbito de f _____
- El período de f _____
- La intersección con el eje Y _____
- El corrimiento de fase corresponde a _____
- El valor de B _____
- f. _____
- El valor de k _____
- El valor de b _____

TERCERA PARTE. DESARROLLO. (Valor 11 puntos)

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1. (5 puntos). Verifique la siguiente identidad:

$$\frac{\tan t + \cot t}{\sec^2 t} - \cos t \csc^3 t = \sec t \csc t$$

2. (6 puntos). Determine el conjunto de todos los números reales que son solución de la ecuación

$$\sec x \cos^2 x = \cot x$$

-fin-

SOLUCIONARIO**PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (32 PUNTOS)**

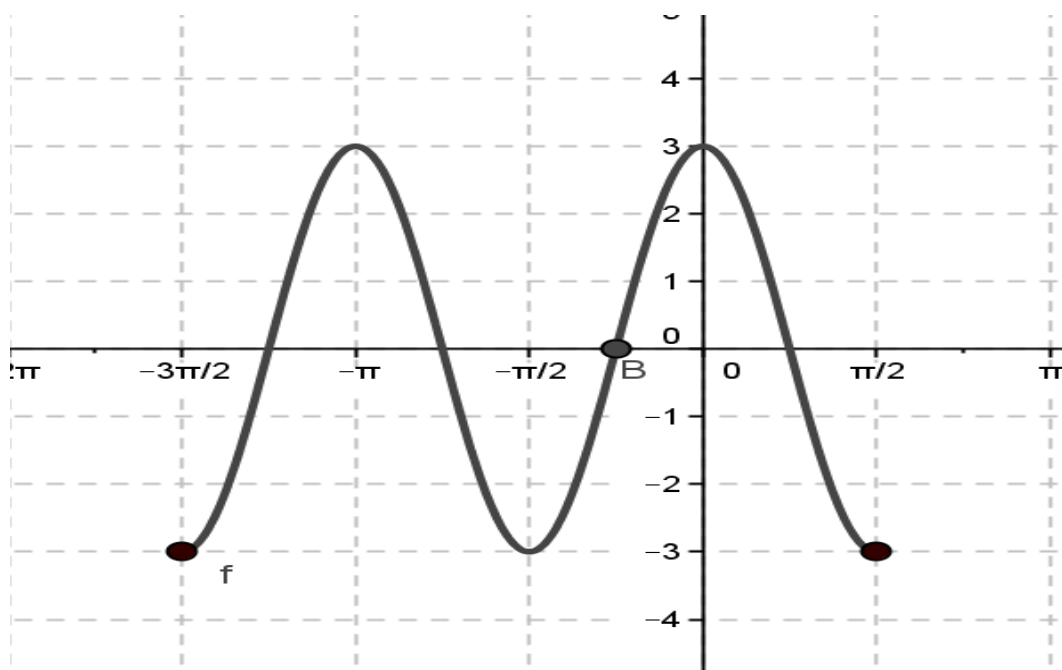
| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|--|----|---|--|----|---|--|----|---|--|----|---|--|
| 1 | A | | 8 | C | | 15 | D | | 22 | B | | 29 | B | |
| 2 | C | | 9 | D | | 16 | A | | 23 | C | | 30 | D | |
| 3 | C | | 10 | C | | 17 | B | | 24 | C | | 31 | A | |
| 4 | B | | 11 | B | | 18 | B | | 25 | A | | 32 | D | |
| 5 | B | | 12 | B | | 19 | B | | 26 | A | | | | |
| 6 | A | | 13 | B | | 20 | A | | 27 | A | | | | |
| 7 | C | | 14 | * | | 21 | C | | 28 | D | | | | |

SEGUNDA PARTE. COMPLETE. (Valor 7 puntos)

1. A continuación se presenta la gráfica de la función

$$f : \left[\frac{-3\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = k \operatorname{sen}(bx + c)$$



Escriba en el espacio indicado lo que se le solicita:

- El ámbito de f _____ $[-3, 3]$ _____
- El período de f _____ π _____
- La intersección con el eje Y _____ $(0, 3)$ _____
- El corrimiento de fase es _____ $\frac{\pi}{4}$ *hacia la izquierda* _____
- El valor de B _____ $\frac{-\pi}{4}$ _____
- El valor de k _____ 3 _____
- El valor de b _____ 2 _____

TERCERA PARTE. DESARROLLO (Valor 11 puntos)**SOLUCIONARIO SEGUNDA PARTE DE DESARROLLO**

1. (5 puntos). Verifique la siguiente identidad:

$$\frac{\tan t - \cot t}{\sin^2 t} - \cos t \csc^3 t = \sec t \csc t$$

$$\frac{\tan t + \cot t - \cot t}{\sin^2 t} = \frac{\tan t}{\sin^2 t} = \frac{\frac{\sin t}{\cos t}}{\frac{\sin^2 t}{1}} = \frac{\sin t}{\cos t \sin^2 t} = \frac{1}{\cos t} \frac{1}{\sin t} = \sec t \csc t$$

2. (6 puntos). Determine el conjunto de todos los números reales que son solución de la ecuación $\sec x \cos^2 x = \cot x$

Primero note que $\cos x \neq 0$, pues de lo contrario $\sec x$ no estaría definida

$$\sec x \cos^2 x = \cot x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos x} \cos^2 x - \frac{\cos x}{\sin x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x \left[1 - \frac{1}{\sin x} \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{2} \right) \vee \left(\sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right), k \in \mathbb{Z}$$

pero, $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow \cos x = 0$, entonces, $\frac{1}{\cos x} = \sec x$ no está definida, por lo tanto,

$$S = \emptyset$$