

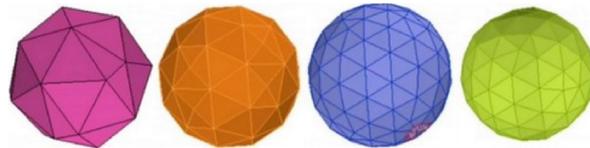


UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática



Precálculo - Décimo
III Examen Parcial 2019



Nombre: _____

Colegio: _____

Código: _____

Fórmula: 1

Miércoles 18 de setiembre

Instrucciones

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.
2. Lea cuidadosamente cada instrucción y cada pregunta antes de contestar.
3. Este examen consta solamente de selección única (46 puntos).
4. El examen debe ser contestado en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto. Fírmela en el espacio correspondiente utilizando bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
5. Para los ítems de selección usted deberá rellenar en la hoja de respuestas, con **lápiz**, la celda que contiene la letra correspondiente a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
6. Recuerde que la calculadora a utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
7. Las ecuaciones, a menos que se indique lo contrario, deben resolverse en el conjunto de los números reales.

Selección única

1. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, con $f(x) = -2^{x+1} + 2$, entonces el ámbito de f corresponde a

A) $]-\infty, 1[$

B) $]-\infty, 2[$

C) $]1, +\infty[$

D) $]2, +\infty[$

2. Considere la función $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -e^{x+1} - 1$. La gráfica de g es asintótica a la recta de ecuación

A) $y = e$

B) $y = 1$

C) $y = 0$

D) $y = -1$

3. Considere la función $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} - 1$. El corte con el eje X de la gráfica de h corresponde al punto de coordenadas

A) $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$

B) $(0, 0)$

C) $(-1, 0)$

D) $(-2, 0)$

4. Considere la función j cuyo ámbito es $] -1, 0[$ y criterio $j(x) = -e^x$. Entonces el dominio de j corresponde al intervalo

- A) $] -\infty, 0]$
- B) $] -\infty, 0[$
- C) $[0, +\infty[$
- D) $]0, +\infty[$

5. Considere la función $k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $k(x) = \pi^{-x}$ y analice las siguientes proposiciones:

I. $k(-2019) > k(2019)$.

II. k es cóncava hacia abajo.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

6. Considere la función exponencial $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con criterio $f(x) = 2 \cdot 2^x - c$, con c una constante real. Si la gráfica de f interseca al eje X en el origen, ¿cuál es el valor de c ?

- A) 2
- B) 1
- C) -1
- D) -2

7. Si f es una función definida en su dominio máximo cuyo criterio es $f(x) = b^{-x}$ y satisface $f(-2) > f(3)$, entonces con certeza el valor de b es

A) $\frac{5}{3}$

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{7}{9}$

D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

8. Considere la función $m : D \rightarrow \mathbb{R}$ con criterio $m(x) = \log_{2019}(x + 2) - 3$. Entonces el dominio máximo de m corresponde al intervalo

A) $]3, +\infty[$

B) $]2, +\infty[$

C) $] -2, +\infty[$

D) $] -3, +\infty[$

9. Considere la función p definida en su dominio máximo y codominio \mathbb{R} con criterio $p(x) = \log_{2019}(x)$. Analice las siguientes proposiciones:

I. $p(x) > 1$ para toda $x \in]1, +\infty[$.

II. p es cóncava hacia abajo.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

A) Solo la I

B) Solo la II

C) Ambas

D) Ninguna

10. Considere la función q definida en su dominio máximo y codominio \mathbb{R} con criterio $q(x) = \log_a(x)$. Si $a > 1$ es verdadero que
- A) $q(0) = 1$.
 - B) $q(x)$ es decreciente.
 - C) $q(x)$ es negativa si $x > 1$.
 - D) $q(x)$ es negativa si $0 < x < 1$.
11. Considere la función g definida en su dominio máximo y codominio \mathbb{R} con criterio $g(x) = \ln\left(\frac{x}{e}\right)$. El valor de $g(1) - g\left(\frac{1}{e}\right)$ es igual a
- A) 1
 - B) 0
 - C) -2
 - D) -3
12. Si f es una función biyectiva con criterio $f(x) = 3 \ln(x) - 1$, entonces el criterio de la función inversa de f corresponde a
- A) $f^{-1}(x) = e^{\frac{x-1}{3}}$
 - B) $f^{-1}(x) = e^{\frac{x+1}{3}}$
 - C) $f^{-1}(x) = e^{\frac{x}{3}-1}$
 - D) $f^{-1}(x) = e^{\frac{x}{3}+1}$

13. Considere la función logarítmica h definida en su dominio máximo y codominio \mathbb{R} , cuya ecuación de la asíntota es $x = e$. Con certeza se cumple que un posible criterio de la función h corresponde a

A) $h(x) = \ln(x) - e$

B) $h(x) = \ln(x) + e$

C) $h(x) = \ln(x - e)$

D) $h(x) = \ln(x + e)$

14. Analice las siguientes proposiciones:

I. $\log_2 \left(\frac{1}{2} \right) = 1$

II. $\log_8 2 = \frac{1}{3}$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

A) Solo la I

B) Solo la II

C) Ambas

D) Ninguna

15. La expresión $\log_a \sqrt[n]{a^m}$ es equivalente a

A) $\frac{m}{n}$

B) $\frac{n}{m}$

C) $n \cdot m$

D) $n + m$

16. La expresión $\frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{pq}{e} \right) + \ln \left(\frac{e^2}{q} \right) - \ln \left(\frac{p}{e^3} \right) \right]$ es igual a

- A) 1
- B) 2
- C) -1
- D) -2

17. La expresión $\log_3 \sqrt{9} + \sqrt{\log_3 81}$ es equivalente a

- A) $\frac{5}{2}$
- B) $\frac{3}{2}$
- C) 4
- D) 3

18. Considere los siguientes valores

$$\log 2 \approx 0,3010 \quad \log 3 \approx 0,4771 \quad \log 5 \approx 0,6989$$

El valor aproximado de $2 \log 5 + \frac{1}{2} \log 36$ es

- A) 1,4081
- B) 1,5414
- C) 2,1759
- D) 2,5025

19. ¿Cuántas soluciones **enteras** tiene la ecuación $(3^x - 9)(2^x + 4)(2^x - 3) = 0$?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3

20. La solución de la ecuación $7^x + 2 \cdot 7^x = 21$ está contenida en el intervalo

- A) $\left] -1, -\frac{1}{2} \right]$
- B) $\left] -\frac{1}{2}, 0 \right]$
- C) $\left] 0, \frac{1}{2} \right]$
- D) $\left] \frac{1}{2}, 1 \right]$

21. Si $4^{2x} \cdot 8^x = 2^{3x+8}$, entonces el valor de $x + 2$ corresponde a

- A) 0
- B) 2
- C) 4
- D) 6

22. El conjunto solución de la ecuación $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-1} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^x = \frac{81}{16}$ corresponde a

- A) \emptyset
- B) $\{2\}$
- C) $\{3\}$
- D) $\{5\}$

23. Si $\log_3 x = \frac{1}{2}$, entonces el valor de x corresponde a

- A) 8
- B) $\frac{1}{9}$
- C) $\sqrt{3}$
- D) $\sqrt[3]{2}$

24. La solución de la ecuación $\log_4 (\ln (2x + 1)) = 0$ corresponde a

- A) $\frac{e}{2} + 1$
- B) $\frac{e}{2} - 1$
- C) $\frac{e + 1}{2}$
- D) $\frac{e - 1}{2}$

25. La solución de $\log(x) + \log(x) - 1 = 1$ está contenida en el intervalo
- A) $[0, 5]$
 - B) $[5, 50]$
 - C) $[-5, 0]$
 - D) $[50, 100]$
26. El conjunto solución de $2 \log_3(x - 3) + 2 \log_3(7x - 3) - 12 = 0$ es
- A) $\{4\}$
 - B) $\{6\}$
 - C) $\{10\}$
 - D) $\{12\}$
27. El número de microorganismos presentes en un cultivo clínico después de t horas se puede modelar mediante la fórmula $N(t) = 412 \cdot (1, 20)^t$. ¿Cuál es la población inicial de microorganismos al iniciar el cultivo?
- A) 1
 - B) 1, 20
 - C) 412
 - D) 494, 4

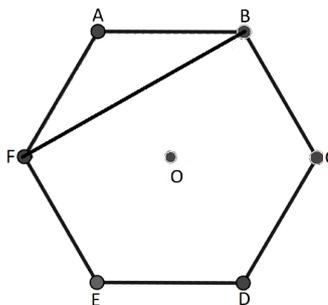
28. Se dispone de una cartulina de 1 mm de grosor que se puede doblar sucesivamente de modo que cada doblado se hace sobre el anterior. Si la relación entre la altura h de la cartulina doblada y el número n de dobleces está dada por $h(n) = 2^n$, entonces, ¿cuántos dobleces se han realizado si en el último doblado se alcanza una altura de 16 mm?
- A) 2
B) 4
C) 8
D) 16
29. La escala de Richter permite asignar un valor numérico como referencia para medir la magnitud R de un sismo. Dicha magnitud se puede modelar mediante la fórmula $R(x) = \log\left(\frac{x}{0,001}\right)$, donde x representa la lectura sismográfica en milímetros, ¿cuál es la magnitud de un terremoto cuya lectura sismográfica es de 0,1 mm?
- A) 2
B) 4
C) 5
D) 6
30. El radio y el apotema de un heptágono regular miden aproximadamente 6,925 cm y 6,241 cm de forma respectiva, entonces el área aproximada del polígono, en centímetros cuadrados es
- A) 42
B) 65,531
C) 131,061
D) 262,122

31. ¿Cuál es el área de un círculo inscrito en un cuadrado cuya lado mide 20?
- A) 100π
 - B) 200π
 - C) 400π
 - D) 800π
32. La suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono regular es de 2880° . ¿Cuántas diagonales tiene dicho polígono?
- A) 14
 - B) 18
 - C) 77
 - D) 135
33. Considere una circunferencia que tiene inscrito un cuadrado, a su vez, este cuadrado tiene inscrita otra circunferencia. Analice las siguientes proposiciones:
- I. El área del círculo circunscrito al cuadrado es el doble del área del círculo inscrito al cuadrado.
 - II. El lado del cuadrado mide el doble del radio del círculo inscrito en él.
 - III. La diagonal del cuadrado mide el doble del radio del círculo circunscrito a él.
- ¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?
- A) Todas
 - B) Solo la I y la II
 - C) Solo la I y la III
 - D) Solo la II y la III

34. Si en un polígono se pueden trazar un total de 189 diagonales, entonces dicho polígono tiene la siguiente cantidad de lados
- A) 13
 - B) 18
 - C) 21
 - D) 60
35. ¿Cuál es el perímetro, en centímetros, de un hexágono regular circunscrito a una circunferencia cuya medida del diámetro es $2\sqrt{3}$ cm?
- A) 6
 - B) 12
 - C) $6\sqrt{3}$
 - D) $12\sqrt{3}$
36. En un cuadrado de 100 cm^2 de área, el radio de la circunferencia circunscrita mide
- A) 5 cm.
 - B) $5\sqrt{2}$ cm.
 - C) 10 cm.
 - D) $10\sqrt{2}$ cm.

37. En la figura, ABCDEF es un hexágono regular de lado l . ¿Cuál es el área del polígono BCDEF?

- A) $\frac{l^2\sqrt{3}}{4}$
B) $\frac{3l^2\sqrt{3}}{4}$
C) $\frac{5l^2\sqrt{3}}{4}$
D) $\frac{3l^2\sqrt{3}}{2}$



38. Un polígono cuyo ángulo interno mide 150° es un
- A) decágono.
B) icoságono.
C) pentágono.
D) dodecágono.
39. Si $ABCDE$ es un pentágono regular de centro O , F es el punto medio del segmento DE , $OF = 20$ cm y $OE = 24,70$ cm. ¿Cuál es aproximadamente el área del cuadrilátero $AEFO$?

- A) $290,0 \text{ cm}^2$
B) $369,5 \text{ cm}^2$
C) $434,8 \text{ cm}^2$
D) $436,5 \text{ cm}^2$

40. En una caja de base rectangular las dimensiones de la base están en la razón 2 : 3 y la altura 5 cm. Si el volumen del paralelepípedo es de 270 cm^3 , entonces el área lateral mide

- A) 54 cm^2 .
- B) 108 cm^2 .
- C) 150 cm^2 .
- D) 258 cm^2 .

41. Un cubo de arista a y un cono de radio r tienen igual volumen. Si la altura del cono es igual a su radio, entonces r es igual a

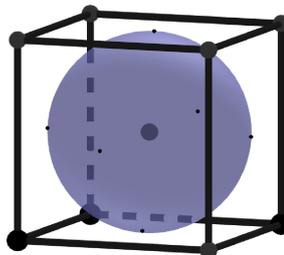
- A) $\frac{a}{\sqrt[3]{\pi}}$
- B) $a\sqrt[3]{\frac{3}{\pi}}$
- C) $a\sqrt[3]{\frac{\pi}{3}}$
- D) $\frac{a}{\pi}\sqrt[3]{3}$

42. En un cono circular recto de 15 cm de altura y cuya base tiene un área de $64\pi \text{ cm}^2$, el área lateral del cono es igual a

- A) $120\pi \text{ cm}^2$.
- B) $136\pi \text{ cm}^2$.
- C) $252\pi \text{ cm}^2$.
- D) $23\pi\sqrt{1249} \text{ cm}^2$.

43. Considere una esfera inscrita en un cubo. Si el lado del cubo mide 2 cm, entonces ¿Cuál es el valor del volumen comprendido por fuera de la esfera pero dentro del cubo?

- A) 8 cm^3
B) $\frac{4\pi}{3} \text{ cm}^3$
C) $8 - \frac{4\pi}{3} \text{ cm}^3$
D) $8 - \frac{32\pi}{3} \text{ cm}^3$



44. Analice las siguientes proposiciones, referidas a una pirámide de base hexagonal cuyo lado de la base es 5 cm y su altura es 12 cm:

- I. Esta pirámide tiene 6 caras en total.
II. La arista lateral mide 13 cm.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I
B) Solo la II
C) Ambas
D) Ninguna

45. Analice las siguientes proposiciones, referidas a un cono cuya área total es de $216\pi \text{ cm}^2$ y generatriz de 15 cm:

- I. El radio de la base mide 12 cm.
- II. La altura del cono mide 9 cm.
- III. El volumen del cono es de $324\pi \text{ cm}^3$.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Todas
- B) Solo la I
- C) Solo la II
- D) Solo la III

46. Analice las siguientes proposiciones, referidas a una esfera circunscrita a un cilindro circular recto, cuyo radio de la base es 4 y altura 15

- I. El área de la esfera es 289π .
- II. El volumen de la esfera es de 4913π .

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

Proyecto MATEM-Precálculo Décimo III Examen Parcial 2019- Solucionario

Miércoles 18 de setiembre

I parte: Selección única

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. B | 17. D | 33. D |
| 2. D | 18. C | 34. C |
| 3. D | 19. B | 35. B |
| 4. B | 20. D | 36. B |
| 5. A | 21. C | 37. C |
| 6. A | 22. C | 38. D |
| 7. A | 23. C | 39. C |
| 8. C | 24. D | 40. B |
| 9. B | 25. B | 41. B |
| 10. D | 26. D | 42. B |
| 11. A | 27. C | 43. C |
| 12. B | 28. B | 44. B |
| 13. C | 29. A | 45. D |
| 14. B | 30. C | 46. A |
| 15. A | 31. A | |
| 16. B | 32. D | |