

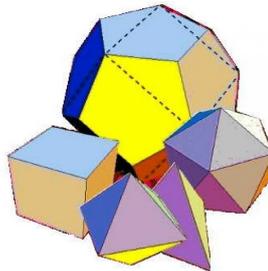


UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática



Precálculo - Décimo
III Examen Parcial 2018



Nombre: _____

Colegio: _____

Código: _____

Fórmula: 1

Miércoles 19 de setiembre

Instrucciones

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de 2 partes, la primera de ellas es de selección única (30 puntos), la segunda de desarrollo (20 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto. Fírmela en el espacio correspondiente utilizando bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
5. En los ítems de selección, usted deberá rellenar con **lápiz**, en la hoja de respuestas, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
6. En el folleto de desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
7. En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente **bolígrafo** de tinta azul o negra indeleble para la sección de respuesta corta y el desarrollo.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna pregunta está desordenada, ésta no se calificará.
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. Las ecuaciones, a menos que se indique lo contrario, deben resolverse en el conjunto de los números reales.

I parte: Selección única

1. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, con $f(x) = -\frac{1}{2^x}$ y analice las siguientes proposiciones:

- I. El ámbito de f es \mathbb{R}^+
- II. f es estrictamente creciente.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

2. Considere la función $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = e^{x+1}$. La gráfica de g es asintótica a la recta de ecuación

- A) $y = e$
- B) $y = 1$
- C) $y = 0$
- D) $y = -1$

3. Considere la función $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = e^{-x+1} - 1$. El corte con el eje Y de la gráfica de h corresponde al punto de coordenadas

- A) $(0, 0)$
- B) $(0, -1)$
- C) $(0, e + 1)$
- D) $(0, e - 1)$

4. Considere la función j cuyo dominio es \mathbb{R}^+ y criterio $j(x) = -2^{-x}$. Entonces el ámbito de j corresponde al intervalo

- A) $]0, 1[$
- B) $] -1, 0[$
- C) $]1, +\infty[$
- D) $] -\infty, -1[$

5. Considere la función $k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $k(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^{-x} - 1$ y analice las siguientes proposiciones:

- I. $k(1) > k(-1)$.
- II. k es cóncava hacia abajo.
- III. k interseca el eje X en el punto $(0, 0)$.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I y II
- B) Solo la I y III
- C) Solo la II y III
- D) La I, II y III

6. Considere la función exponencial $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con criterio $f(x) = k \cdot a^{h \cdot x}$, con h y k números reales. Si para $0 < a < 1$ se tiene que $f(-1) < f(1)$. Entonces con certeza se cumple que

- A) k y h son ambos positivos
- B) k y h son ambos negativos
- C) k y h tienen signos contrarios
- D) k es negativo y h es cualquier número real

7. Considere la función m cuyo ámbito es el intervalo $\left] \frac{9}{25}, \frac{125}{27} \right]$ y criterio $m(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^{-x}$.
Entonces el dominio de m corresponde al intervalo

- A) $] -2, 3]$
- B) $[-2, 3[$
- C) $] -3, 2]$
- D) $[-3, 2[$

8. Considere la función f definida en su dominio máximo y codominio \mathbb{R} con criterio $f(x) = \log_2(x)$. Analice las siguientes proposiciones:

- I. $f(x) > 0$ para toda $x \in]2, +\infty[$.
- II. f es cóncava hacia abajo.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

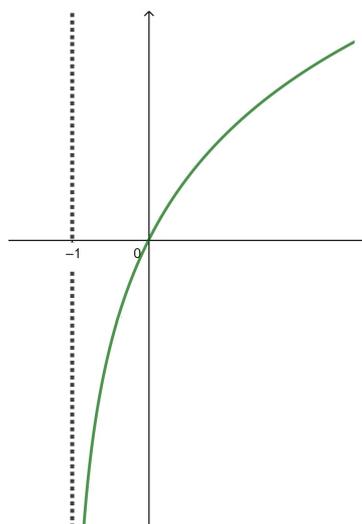
9. Considere la gráfica de la función g que aparece a continuación. Un posible criterio de dicha función corresponde a

A) $g(x) = \log(x+1)$

B) $g(x) = \log(x) + 1$

C) $g(x) = \log(-x + 1)$

D) $g(x) = \log(-x) + 1$



10. Considere la función g definida en su dominio máximo y codominio \mathbb{R} con criterio $g(x) = \ln(x)$. Si se sabe que $g\left(\frac{1}{k}\right) = -2$, entonces k es igual a

A) e

B) e^2

C) $\frac{1}{e}$

D) $\frac{1}{e^2}$

11. Si f es una función biyectiva con criterio $f(x) = \ln(2x + 1) - 1$, entonces el criterio de la función inversa de f corresponde a

A) $f^{-1}(x) = \frac{e^{x-1} - 1}{2}$

B) $f^{-1}(x) = \frac{e^{x+1} - 1}{2}$

C) $f^{-1}(x) = \frac{e^{x-1} + 1}{2}$

D) $f^{-1}(x) = \frac{e^{x+1} + 1}{2}$

12. Considera la función h definida en su dominio máximo, codominio \mathbb{R} y con criterio $h(x) = \ln(x + 1) + \ln(-x)$, con certeza se cumple que

A) La función interseca al eje X en el punto $(0, 0)$

B) La función interseca al eje X en el punto $(-1, 0)$

C) La función interseca al eje X en el punto $(e, 0)$

D) La función no interseca al eje X

13. Si $\log 3 \approx 0,4771$, entonces el valor aproximado de $\log 300$ es

A) 0,9542

B) 1,4771

C) 2,4771

D) 47,71

14. Si $\ln 5 \approx 1,6094$, entonces el valor aproximado de $\ln \left(\sqrt{\frac{5}{e}} \right)$ es
- A) 0,8047
 - B) 0,6094
 - C) 0,3047
 - D) -0,1953
15. La expresión $\log_2 \left(\frac{mn}{2} \right) + \log_2 \left(\frac{1}{2} \right) - \log_2 \left(\frac{m}{8} \right) - \log_2 (n)$ es igual a:
- A) 1
 - B) 2
 - C) -1
 - D) -2
16. Si se sabe que $\ln a + \ln b = 0$ entonces la relación entre a y b con certeza cumple que
- A) $a = b$
 - B) $a = -b$
 - C) $a = \frac{1}{b}$
 - D) $a = \frac{-1}{b}$
17. Considere la ecuación $\log_4(x+1) + \log_4(4(x+1)) = 2$. El valor de $x - 1$ corresponde a
- A) 1
 - B) 0
 - C) -3
 - D) -4

18. Una solución de la ecuación $(2^x + 4)(2^x - 3) = 0$ corresponde a
- A) 2
 - B) 3
 - C) -2
 - D) $\log_2 3$
19. El conjunto solución de la ecuación $5^x - 2 \cdot 5^x = 0$ corresponde a
- A) \emptyset
 - B) $\{0\}$
 - C) $\{1\}$
 - D) $\{-1\}$
20. Si se sabe que $\log_3 [\log (3x - 2)] = 0$, entonces el valor de $x + 2$ corresponde a
- A) 1
 - B) 3
 - C) 4
 - D) 6
21. ¿Cuál es el número de lados de un polígono regular cuyo ángulo interno tiene una medida de 135° ?
- A) 5
 - B) 8
 - C) 10
 - D) 18

22. En un polígono regular se pueden trazar 44 diagonales en total. ¿Qué nombre recibe dicho polígono?

- A) Decágono.
- B) Endecágono.
- C) Dodecágono.
- D) Icoságono.

23. Si la longitud de una circunferencia es 10π cm, entonces la altura del triángulo equilátero circunscrito en ella, es igual a

- A) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$
- B) 5
- C) $5\sqrt{3}$
- D) 15

24. Un triángulo equilátero está inscrito en una circunferencia que a su vez está inscrita en un cuadrado. Si el perímetro del cuadrado es 16 ¿Cuánto mide la altura del triángulo equilátero ?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

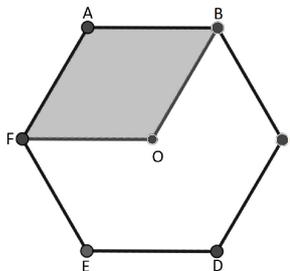
25. En la figura, ABCDEF es un hexágono regular de centro O, cuya apotema mide $\sqrt{3} \text{ cm}$.
¿Cuál es aproximadamente el área de la región sombreada?

A) $1,299 \text{ cm}^2$

B) $1,732 \text{ cm}^2$

C) $2,598 \text{ cm}^2$

D) $3,464 \text{ cm}^2$



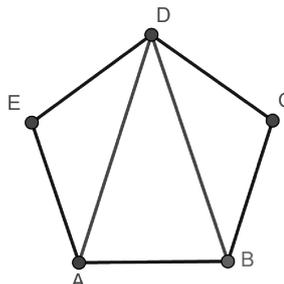
26. En la figura, ABCDE es un pentágono regular; además ABD es un triángulo cuya altura mide aproximadamente $3,077 \text{ cm}$ y su área mide aproximadamente $3,077 \text{ cm}^2$.
¿Cuál es aproximadamente perímetro de ABCDE ?

A) 2 cm

B) 5 cm

C) 10 cm

D) 31 cm



27. Si un cono circular recto tiene un área total de $224\pi \text{ cm}^2$ y un radio de 7 cm , entonces
¿cuál es su volumen?

A) $56\pi \text{ cm}^3$

B) $168\pi \text{ cm}^3$

C) $392\pi \text{ cm}^3$

D) $1176\pi \text{ cm}^3$

28. Analice las siguientes proposiciones, referidas a un cilindro circular recto al cual se le triplica la medida del radio y la altura se mantiene igual:

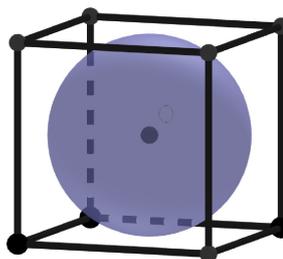
- I. El área lateral se triplica.
- II. El volumen se hace nueve veces más grande.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

29. El volumen de una esfera inscrita en un cubo es de 288π , entonces el área total del cubo es

- A) 144
- B) 216
- C) 288
- D) 864



30. Analice las siguientes proposiciones, referidas a una pirámide de base cuadrada cuyo lado de la base es 6 cm y su altura es 4 cm:

- I. Esta pirámide tiene 5 caras en total.
- II. La apotema de la pirámide mide 5 cm.
- III. El área total de la pirámide es de 96 cm^2 .

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Todas
- B) Solo la I y la II
- C) Solo la I y la III
- D) Solo la II y la III



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat

Escuela de
Matemática

Proyecto MATEM
Precálculo - Décimo
III Examen Parcial 2018

Nombre: _____

Colegio: _____

Código: _____

Pregunta	Puntos
D1	
D2	
D3	

Fórmula: 1

Miércoles 19 de setiembre

II parte: Desarrollo

1. El número de bacterias presentes en un cultivo después de t minutos se puede modelar mediante la fórmula $N(t) = 512(1,25)^t$.
 - A) ¿Cuál es la población inicial de bacterias al iniciar el estudio? (1 punto)
 - B) ¿Cuántos minutos después de iniciado el cultivo hay 1250 bacterias? (5 puntos)

2. Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación:

(8 punto)

$$9^{x+1} + 3^{x+1} = 90$$

3. Considere un cono que se encuentra inscrito en un cubo de arista 12cm . Determine:
- A) la medida de la generatriz del cono. (2 puntos)
 - B) el área lateral del cono. (2 puntos)
 - C) el volumen del cono. (2 puntos)

Fin del examen



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

Proyecto MATEM-Precálculo Décimo III Examen Parcial 2018- Solucionario

Miércoles 19 de setiembre

I parte: Selección única

- | | |
|-------|-------|
| 1. B | 16. C |
| 2. C | 17. B |
| 3. D | 18. D |
| 4. B | 19. A |
| 5. B | 20. D |
| 6. C | 21. B |
| 7. A | 22. B |
| 8. C | 23. D |
| 9. A | 24. C |
| 10. B | 25. D |
| 11. B | 26. C |
| 12. D | 27. C |
| 13. C | 28. C |
| 14. C | 29. D |
| 15. A | 30. A |

II parte: Respuesta Corta**II parte: Desarrollo**

1. El número de bacterias presentes en un cultivo después de t minutos se puede modelar mediante la fórmula $N(t) = 512(1,25)^t$.

A) ¿Cuál es la población inicial de bacterias al iniciar el estudio? (1 punto)

$$N(0) = 512(1,25)^0 = 512$$

La población inicial es de 512 bacterias

B) ¿Cuántos minutos después de iniciado el cultivo hay 1250 bacterias? (5 puntos)

$$512(1,25)^t = 1250$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^t = \frac{1250}{512}$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^t = \frac{625}{256}$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^t = \left(\frac{5}{4}\right)^4$$

$$t = 4$$

Deben de transcurrir 4 minutos

2. Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación: (8 punto)

$$9^{x+1} + 3^{x+1} = 90$$

$$(3^2)^{x+1} + 3^{x+1} = 90$$

$$(3^{x+1})^2 + 3^{x+1} - 90 = 0$$

$$\text{Sustitución } u = 3^{x+1}$$

$$u^2 + u - 90 = 0$$

$$(u + 10)(u - 9) = 0$$

$$u + 10 = 0 \quad u - 9 = 0$$

$$u = -10 \quad u = 9$$

$$3^{x+1} = -10 \quad 3^{x+1} = 9$$

$$\text{sin solución} \quad 3^{x+1} = 3^2$$

$$x + 1 = 2$$

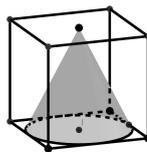
$$x = 1$$

$$S = \{1\}$$

3. Considere un cono que se encuentra inscrito en un cubo de arista 12cm . Determine:

- A) la medida de la generatriz del cono. (2 puntos)
 B) el área lateral del cono. (2 puntos)
 C) el volumen del cono. (2 puntos)

Como la arista del cubo mide 12 cm entonces el radio del cono mide 6cm y la altura mide 12 cm , por tanto:



A) La generatriz del cono:

$$g = \sqrt{12^2 + 6^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5} \approx 13,416 \text{ cm}$$

B) El área lateral del cono:

$$A_L = \pi \cdot 6 \cdot 6\sqrt{5} = 36\pi\sqrt{5} \approx 252,893 \text{ cm}^2$$

C) El volumen del cono:

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 12 = 144\pi \text{ cm}^3 \approx 452,389 \text{ cm}^3$$