



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica



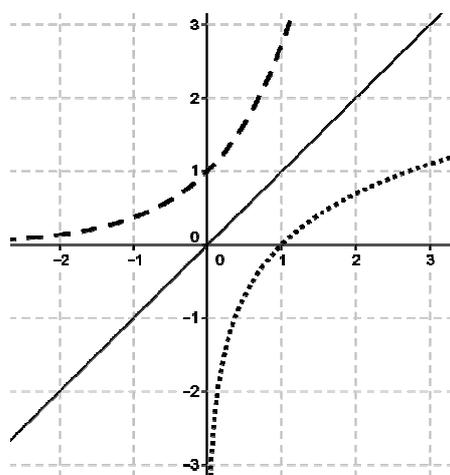
PRECÁLCULO

-Décimo Año-

III EXAMEN PARCIAL 2015

Nombre: _____ código: _____

Colegio: _____



Fórmula

1

Sábado 3 de octubre de 2015

INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección única (30 puntos) y la segunda es de desarrollo (20 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. **En los ítems de selección**, deberá rellenar con lápiz, **en la hoja de respuestas**, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, **sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**
7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente tinta indeleble.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará.**
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 30 puntos)

1. La expresión $\log_{m^2} x$ es equivalente a
- A) \sqrt{x}
- B) $\log_m \sqrt{x}$
- C) $\log_m x^2$
- D) $\log_m \sqrt{x} - \log_m m^2$
2. Si $x = e^2$, $y = \sqrt[3]{e^2}$ y $z = \frac{1}{e}$, entonces $\ln\left(\frac{xz}{y}\right)$ corresponde a
- A) $\frac{-1}{2}$
- B) $\frac{-1}{3}$
- C) $\frac{1}{3}$
- D) $\frac{5}{3}$
3. El dominio máximo de la función f , cuyo criterio está dado por $f(x) = \frac{\ln(2-x)}{x+3}$ corresponde a
- A) $]-\infty, 2[$
- B) $\mathbb{R} - \{2,3\}$
- C) $]-\infty, 2] - \{-3\}$
- D) $]-\infty, 2[- \{-3\}$
4. Si f es una función biyectiva con $f(x) = 2^{x+1} + 1$, entonces $f^{-1}(x)$ es igual a
- A) $\log_2(x + 1) - 1$
- B) $\log_2(x - 1) + 1$
- C) $\log_2(x + 1) + 1$
- D) $\log_2(x - 1) - 1$

5. Si f es la función definida por $f: D \rightarrow]-\infty, 0]$, $f(x) = -\ln(x)$, entonces el conjunto D , para que f sea sobreyectiva, corresponde a
- A) $[1, +\infty[$
 - B) $]1, e[$
 - C) $]0, e[$
 - D) $]0, 1[$
6. El ámbito de la función $f:]2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = 3^x$, corresponde a
- A) $]0, 9[$
 - B) $] -2, +\infty[$
 - C) $] -\infty, 9[$
 - D) $]9, +\infty[$
7. Para $a > 1$, considere las siguientes funciones f y g definidas en su dominio máximo, con criterios $f(x) = \log_a(x)$ y $g(x) = a^x$. Analice las siguientes afirmaciones:
- I. f y g son decrecientes
 - II. $(f \circ g)(x) = x$

De las anteriores proposiciones, se cumplen con certeza

- A) solamente la II
 - B) solamente la I
 - C) ninguna
 - D) ambas
8. Para la función dada por $f(x) = \log_a(x)$ tal que $f(x) > 0$ para $x > 1$ se cumple que f es estrictamente
- A) decreciente, con $0 < a < 1$
 - B) creciente, con $0 < a < 1$
 - C) decreciente, con $a > 1$
 - D) creciente, con $a > 1$

9. La expresión $2 \ln\left(\frac{y^3}{x}\right) - 3 \ln(y) + \frac{1}{2} \ln(x^4 y^2)$ es igual a
- A) $\ln(y^2)$
 - B) $\ln(y^3)$
 - C) $\ln(y^4)$
 - D) $\ln(y^3 x^4)$
10. La expresión $\log_2 x \cdot \log_x(2x) \cdot \log_{2x} y$ es igual a
- A) y
 - B) $\log_x y$
 - C) $\log_2 y$
 - D) $\log_2(2x^2 y)$
11. El conjunto solución de la inecuación $\log_{\frac{1}{2}} x > -x$
- A) es \mathbb{R}
 - B) es $]0, +\infty[$
 - C) tiene un solo elemento
 - D) tiene cero elementos
12. La solución de la ecuación $2^{x+1} = 24 - 2^x$ es un número real
- A) entre -2 y 2
 - B) mayor que 3
 - C) menor que 0
 - D) entre 0 y 6
13. Si \overrightarrow{PQ} es tangente en P , a la circunferencia de centro O , $\overrightarrow{PQ} \parallel \overrightarrow{AB}$, A y B son puntos de la circunferencia, $A - O - B$ y $PB = 6 \text{ cm}$, AB en cm , es igual a
- A) 12
 - B) $3\sqrt{2}$
 - C) $6\sqrt{2}$
 - D) $12\sqrt{2}$

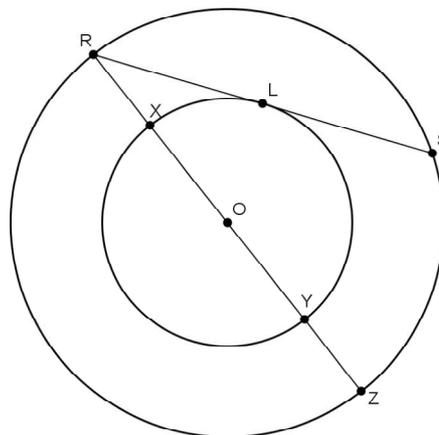
14. Una cuerda se localiza a 12 cm del centro de una circunferencia de 15 cm de radio, entonces la medida de dicha cuerda es igual a

- A) 9 cm
- B) $4,5\text{ cm}$
- C) 18 cm
- D) 30 cm

15. En la siguiente figura, O es el centro de ambas circunferencias y \overline{RS}

es tangente a la menor, si $m\overline{RX} = 5\text{ cm}$ y $m\overline{RS} = 30\text{ cm}$ entonces la medida del diámetro \overline{XY} corresponde a

- A) 40 cm
- B) 45 cm
- C) 80 cm
- D) 175 cm



16. Si la razón de las áreas de dos polígonos regulares que tienen el mismo número de lados es $9:36$, entonces la razón entre las apotemas de esos polígonos corresponde a

- A) $1:6$
- B) $1:2$
- C) $3:2$
- D) $9:36$

17. Considere las siguientes afirmaciones:

- I. Un radio de una circunferencia es una cuerda de la circunferencia.
- II. La medida de una cuerda de una circunferencia de radio r es siempre menor o igual a $2r$.
- III. Si \overline{AC} y \overline{AD} son dos radios de una circunferencia, entonces \overline{CD} siempre es un diámetro.

De ellas, son verdaderas

- A) únicamente III
- B) únicamente II
- C) únicamente I
- D) todas

18. Si el área de un trapecio circular con ángulo central de 90° es $\frac{3\pi}{4} \text{ cm}^2$, entonces, el área de la corona circular correspondiente es igual a

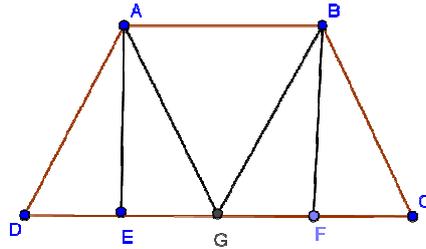
- A) $\pi \text{ cm}^2$
- B) $2\pi \text{ cm}^2$
- C) $3\pi \text{ cm}^2$
- D) $4\pi \text{ cm}^2$

19. Dos circunferencias concéntricas de longitudes $\frac{4\pi}{3}$ y $\frac{2\pi}{3}$ respectivamente, determinan una corona circular de **ancho** igual a

- A) $\frac{\pi}{3}$
- B) $\frac{1}{3}$
- C) $\frac{2}{3}$
- D) $\frac{2\pi}{3}$

20. Si la suma de los ángulos internos de un polígono regular es 540° , entonces cada uno de sus ángulos externos mide
- A) 36°
 - B) 40°
 - C) 72°
 - D) 108°
21. Si se sabe que un cuadrilátero es paralelogramo, se puede afirmar que
- A) los ángulos internos son congruentes
 - B) los ángulos externos son congruentes
 - C) los lados opuestos son congruentes
 - D) las diagonales son perpendiculares
22. Un polígono convexo, cuyo total de diagonales es 6 unidades menor que el doble del número de lados, recibe el nombre de
- A) cuadrado
 - B) hexágono
 - C) pentágono
 - D) heptágono

23. Considere el trapecio isósceles $ABCD$ de la siguiente figura, $AB = AE = 6 \text{ cm}$, $DC = 12 \text{ cm}$, \overline{AE} es la altura del trapecio, $EG = GF$ y analice las siguientes afirmaciones



- I. El área del trapecio $ABCD$ es el doble del cuadrilátero $ABFE$
- II. Tres veces el área del $\triangle ABG$ es equivalente al área del cuadrilátero $ABCD$

De ellas, son verdaderas

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solamente la I
- D) Solamente la II

24. La medida de la apotema de un cuadrado de radio $\sqrt{2} \text{ cm}$ corresponde a

- A) 1 cm
- B) $\sqrt{2} \text{ cm}$
- C) $2\sqrt{2} \text{ cm}$
- D) $4\sqrt{2} \text{ cm}$

25. Si el radio del círculo inscrito a un triángulo equilátero mide 6 cm , entonces el perímetro del triángulo es igual a

- A) $6\sqrt{3}\text{ cm}$
- B) $27\sqrt{3}\text{ cm}$
- C) $36\sqrt{3}\text{ cm}$
- D) $54\sqrt{3}\text{ cm}$

26. La apotema de un hexágono regular mide $7\sqrt{3}\text{ cm}$, entonces su perímetro corresponde a

- A) 42 cm
- B) 84 cm
- C) $49\sqrt{3}\text{ cm}$
- D) $294\sqrt{3}\text{ cm}$

27. El área total de una esfera, cuyo volumen es $36\pi\text{ dm}^3$, corresponde a

- A) $9\pi\text{ dm}^2$
- B) $27\pi\text{ dm}^2$
- C) $36\pi\text{ dm}^2$
- D) $54\pi\text{ dm}^2$

28. Si un cono tiene una altura de 10 dm y el área de la base es $169\pi \text{ dm}^2$ entonces su área total, en dm^2 , es aproximadamente
- A) 408,41
 - B) 515,26
 - C) 669,84
 - D) 1200,77
29. Si la altura de un prisma recto mide 15 cm y la base es un triángulo equilátero de área $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$, entonces el área total del prisma corresponde a
- A) $(150 + 25\sqrt{3}) \text{ cm}^2$
 - B) $(450 + 25\sqrt{3}) \text{ cm}^2$
 - C) $50(9 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$
 - D) $375\sqrt{3} \text{ cm}^2$
30. El lado de la base de una pirámide recta cuadrangular mide 2 cm . ¿Cuál debe ser la altura para que el volumen sea 8 cm^3 ?
- A) 2 cm
 - B) 4 cm
 - C) 6 cm
 - D) 8 cm



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica



TERCER EXAMEN PARCIAL 2015- Sábado 3 de octubre

Nombre completo: _____ CÓDIGO: _____

COLEGIO: _____

PREGUNTA	Puntos obtenidos
D1	
D2	
D3	
D4	
TOTAL	

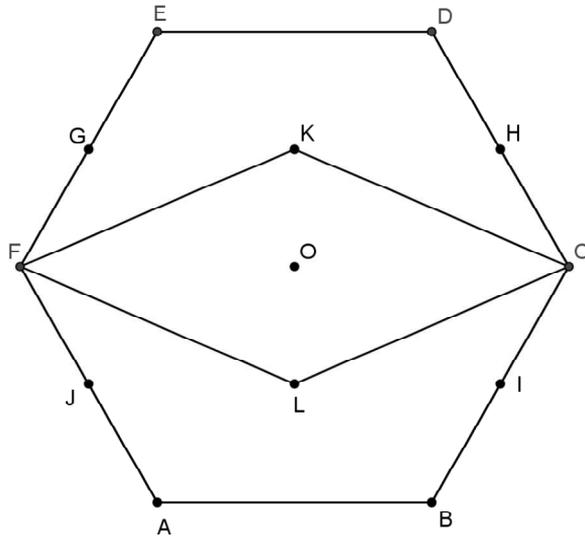
SEGUNDA PARTE. DESARROLLO (Valor 20 puntos)

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

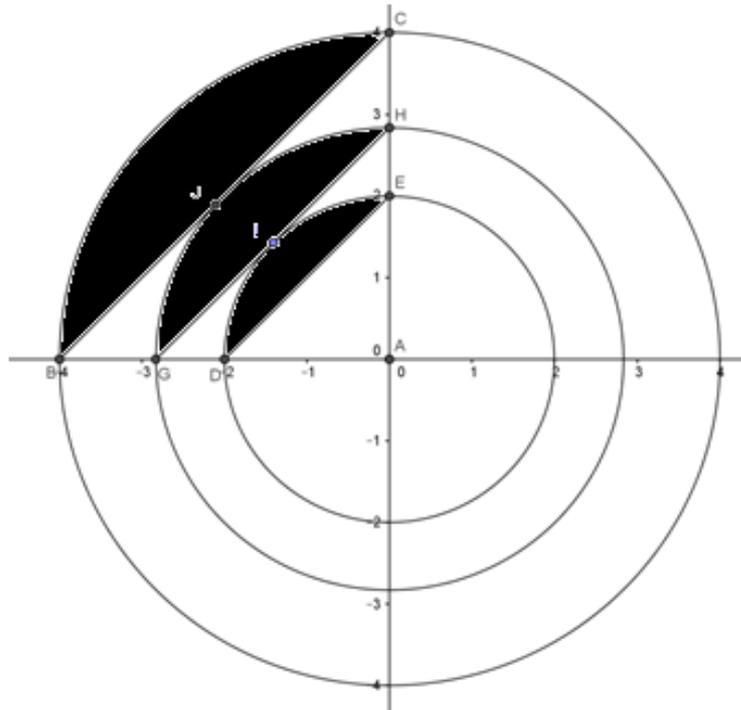
1. (6 puntos) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$7^{x+2} = 3^{1-3x}$$

2. (5 puntos) En la figura, $ABCDEF$ es un hexágono regular de centro O , cuyo lado mide 6cm. Los puntos G, H, I, J, K y L son los puntos medios de \overline{FE} , \overline{DC} , \overline{BC} , \overline{AF} , \overline{GH} y \overline{JI} respectivamente. Calcule el área de la región $FKCL$.



3. (5 puntos) En la figura $A(0,0)$ es el centro de las tres circunferencias, de radios \overline{AE} , \overline{AH} y \overline{AC} respectivamente y $E(0,2)$, $H(0,3)$, $C(0,4)$. Determine el área de la región sombreada:



4. (4 puntos) Resuelva el siguiente problema:

Un medicamento se elimina del organismo a través de la orina, La dosis inicial es de 10 mg y la cantidad en el cuerpo t horas después está dada por $A(t) = 10(0,8)^t$.

- a) Calcule la cantidad de fármaco restante en el organismo después de 2 horas de la ingestión inicial.
- b) ¿Qué porcentaje de medicamento que está aún en el organismo se elimina cada hora?