



UNIVERSIDAD DE  
COSTA RICA

EMat Escuela de  
Matemática

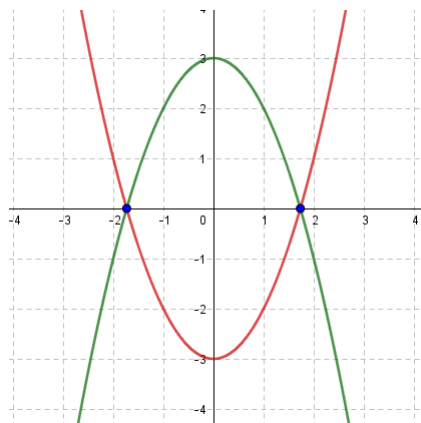


**MATEM**

Matemática Para la Enseñanza Media

## Precálculo

# II Examen Parcial 2021



Nombre: \_\_\_\_\_

Colegio: \_\_\_\_\_

Fórmula: 1

Sábado 19 de junio

Dado que la prueba se aplicó en versión digital, basada en un banco de ítems, lo que se presenta acá es una de las miles de versiones que el sistema genera aleatoriamente.

## Selección única y complete

1. Considere una parábola de ecuación  $y = ax^2 + b$  con  $a > 0$  y analice las siguientes proposiciones:

I. Si  $b > 0$ , entonces la gráfica de la parábola corta al eje  $X$ .

II. El rango de la parábola es  $]-\infty, b]$ .

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son, con certeza, verdaderas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

2. ¿Cuál es el eje de simetría de la parábola de ecuación  $y = -5(x + 3)^2 + 7$ ?

- A)  $x = 3$
- B)  $x = 7$
- C)  $x = -7$
- D)  $x = -3$

3. Considere una parábola de ecuación  $y = -4x^2 + 8x + 7$  y analice las siguientes proposiciones:

I. La gráfica de la parábola corta al eje  $X$  dos veces.

II. La parábola es cóncava hacia abajo.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I  
B) Solo la II  
C) Ambas  
D) Ninguna
4. Si  $(-2, 3)$  son las coordenadas de un punto de la parábola de ecuación  $y = -3x^2 + kx + 2$ , entonces el valor de  $k$  es igual a

- A)  $\frac{-13}{2}$   
B)  $\frac{-7}{2}$   
C)  $\frac{-23}{2}$   
D)  $\frac{7}{2}$

5. El vértice de una parábola tiene coordenadas  $(5, 3)$  y su gráfica corta al eje  $X$  en  $(10, 0)$ , ¿cuál es el otro corte con el eje  $X$  de la gráfica de la parábola?

- A)  $(0, 0)$   
B)  $(3, 0)$   
C)  $(5, 0)$   
D)  $(-10, 0)$

6. La ecuación de una parábola es  $y = ax^2 + bx + c$ . Si  $a < 0$  y el vértice de la parábola tiene coordenadas  $(3, 2)$ , ¿cuál de las siguientes rectas interseca dos veces a la parábola?

A)  $y = 1$

B)  $y = 2$

C)  $y = 3$

D)  $y = 4$

7. Si  $(m, n)$  son las coordenadas del vértice de la parábola de ecuación  $y = 2x^2 - 8x + 13$ , entonces  $m + n$  es igual a

A) 7

B) 0

C) 5

D) 2

8. Si la ecuación de una recta decreciente es  $y = 3x - mx + 5$ , un posible valor para  $m$  es

A) 5

B) 3

C) 0

D)  $-3$

9. Considere la recta de ecuación  $2x - 5y = -17$ , ¿cuáles son las coordenadas del corte de la recta con el eje  $X$  ?

- A)  $\left(\frac{17}{2}, 0\right)$
- B)  $\left(\frac{17}{5}, 0\right)$
- C)  $\left(\frac{-17}{5}, 0\right)$
- D)  $\left(\frac{-17}{2}, 0\right)$

10. Considere una recta de ecuación  $-5x + y = -12$  y analice las siguientes proposiciones:

I. La pendiente de la recta es  $-5$ .

II. El corte de la recta con el eje  $Y$  tiene coordenadas  $(0, 12)$ .

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

11. Considere dos rectas cuyas ecuaciones son  $5y = 2kx - 11$  y  $y = \frac{-5x}{2} + 3$ . Si esas rectas son paralelas, ¿cuál es el valor de  $k$ ?
- A) 1
  - B)  $-1$
  - C)  $\frac{25}{4}$
  - D)  $\frac{-25}{4}$
12. Considere dos rectas perpendiculares  $L_1$  y  $L_2$ . Si  $L_1$  tiene ecuación  $2x + y = -6$  y  $L_2$  contiene al punto de coordenadas  $(4, 6)$ , ¿cuál es la ecuación de  $L_2$ ?
- A)  $4x - 3y = -2$
  - B)  $-4x + 8y = -32$
  - C)  $-x + 2y = 8$
  - D)  $-x + 2y = 16$
13. Una recta  $L$  contiene los puntos  $A(-1, -1)$  y  $B(3, 0)$ , ¿cuál de las siguientes coordenadas corresponden a otro punto de  $L$ ?
- A)  $(-103, -25)$
  - B)  $(-103, 25)$
  - C)  $(103, -25)$
  - D)  $(103, 25)$

14. Considere la recta de ecuación  $ax + by = c$  con  $c > 0$  y analice las siguientes proposiciones:

I. Si  $a = 0$  y  $b > 0$  la recta es horizontal.

II. Si  $a > 0$  y  $b > 0$  la recta es decreciente.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

15. Considere la función  $f : [4, 6] \rightarrow \mathbb{R}$  con  $f(x) = x^2 - 10x + 26$  y analice las siguientes proposiciones:

I. El corte de la gráfica de  $f$  con el eje  $Y$  es el punto de coordenadas  $(0, 26)$ .

II. La gráfica de  $f$  es cóncava hacia abajo.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

16. La figura mostrada es una imagen del popular juego “Angry Birds”. La altura del “pajarillo” está determinada por una función de criterio  $f(x) = -0,18x^2 + 1,5x + 5,2$ , donde  $x$  representa el tiempo transcurrido. La altura máxima (aproximada) que puede alcanzar el pajarillo corresponde a



- A) 8,32  
B) 7,78  
C) 5,99  
D) 4,17
17. Un intervalo donde la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x^2 + 6x + 9) - 5$  es **creciente**, corresponde a

- A)  $]-\infty, 3[$   
B)  $]5, +\infty[$   
C)  $] -5, +\infty[$   
D)  $]-\infty, -3[$



18. Considere la función  $f : ]-\infty, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - x - 1$ . Un corte de la gráfica de  $f$  con el eje  $X$  corresponde al punto de coordenadas

A)  $\left(\frac{1}{2} - \sqrt{5}, 0\right)$

B)  $\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}, 0\right)$

C)  $\left(\frac{1}{2} + \sqrt{5}, 0\right)$

D)  $\left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}, 0\right)$

19. Si el dominio de una función con criterio  $f(x) = 5 - 3x$  es  $]-\infty, 2]$ , entonces el ámbito de  $f$  es

A)  $]-\infty, -1]$

B)  $[-1, +\infty[$

C)  $]-\infty, 1]$

D)  $[1, +\infty[$

20. Sea  $f$  una función lineal dada por  $f(x) = ax + 10$ . Si  $f(-3) = -2$ , entonces  $f(-2)$  es

A) 2

B) 4

C) -3

D)  $\frac{-24}{13}$

21. Considere la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{-4x + 7}{3}$  y analice las siguientes proposiciones:

I. La gráfica de  $f$  interseca al eje  $X$  en  $\left(\frac{-7}{4}, 0\right)$

II.  $(1, 1)$  pertenece al gráfico de  $f$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

22. El ámbito de una función es  $]-\infty, -3]$  y su criterio es  $f(x) = -7x + 3$ . ¿Cuál es el dominio de dicha función?

- A)  $\left[\frac{6}{7}, +\infty\right[$
- B)  $\left]-\infty, \frac{6}{7}\right]$
- C)  $]-\infty, 24]$
- D)  $[24, +\infty[$

23. Considere la circunferencia  $\mathcal{C}$  con ecuación  $x^2 - 4x + 1 + y^2 = 0$ . Analice las siguientes proposiciones:

I. El diámetro de  $\mathcal{C}$  es  $2\sqrt{3}$ .

II. El centro de  $\mathcal{C}$  es  $(2, 0)$ .

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son con certeza ciertas?

A) Solo la I

B) Solo la II

C) Ambas

D) Ninguna

24. Si  $\mathcal{C}$  es una circunferencia con centro  $(10, -4)$ . Se sabe que el punto  $(7, -8)$  está en el interior de  $\mathcal{C}$ . ¿Cuál de las siguientes proposiciones es **con certeza** verdadera?

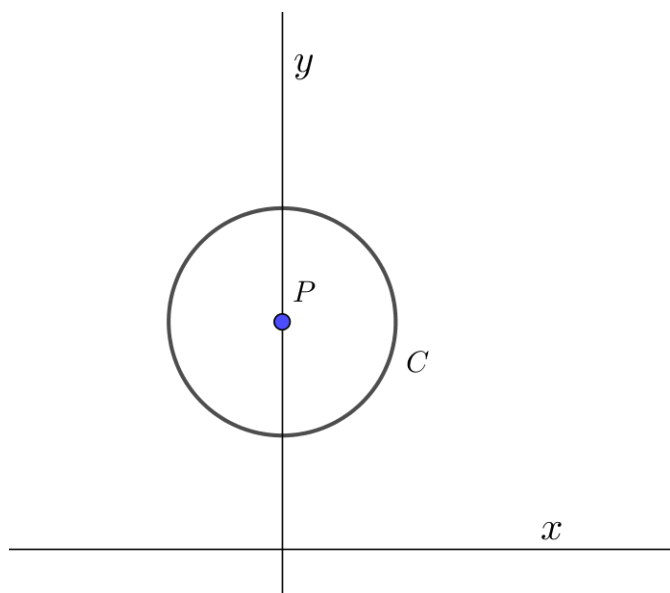
A)  $\mathcal{C}$  interseca al Eje  $X$ .

B)  $(2, -4)$  está en el interior de la circunferencia.

C)  $\mathcal{C}$  interseca al Eje  $Y$ .

D) El radio de  $\mathcal{C}$  es igual a 5.

25. Considere la gráfica de una circunferencia  $C$  de centro  $P$  que se muestra a continuación:



¿Cuál de las siguientes es una posible ecuación para  $C$ ?

- A)  $x^2 + (y - 2)^2 = 1$
  - B)  $(x - 2)^2 + y^2 = 1$
  - C)  $(x - 2) + (y + 2)^2 = 1$
  - D)  $x^2 + (y + 2)^2 = 1$
26. Considere la circunferencia de ecuación  $C : (x + 4)^2 + (y - a)^2 = 9$ . Si se sabe que el Eje  $X$  es tangente a  $C$ , entonces un posible valor de  $a$  es
- A)  $-3$
  - B)  $-4$
  - C)  $4$
  - D)  $9$

27. ¿Cuál de las siguientes rectas es tangente a la circunferencia de ecuación  $x^2 + (y - 3)^2 = 4$  ?
- A)  $y = 0$
  - B)  $y = 5$
  - C)  $y = 6$
  - D)  $y = 2$
28. ¿Cuál de las siguientes coordenadas corresponde a un punto que pertenece a la circunferencia de ecuación  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25$ ?
- A)  $(-2, 2)$
  - B)  $(-6, 2)$
  - C)  $(2, 0)$
  - D)  $(0, 8)$
29. La ecuación de la circunferencia  $\mathcal{C}$  que tiene centro  $(\pi, -2)$  y diámetro  $\sqrt{10}$  es
- A)  $(x - \pi)^2 + (y + 2)^2 = \frac{5}{2}$
  - B)  $(x + \pi)^2 + (y - 2)^2 = \frac{5}{2}$
  - C)  $(x - \pi)^2 + (y + 2)^2 = 10$
  - D)  $(x + \pi)^2 + (y - 2)^2 = 25$

30. Considere la función  $t$  definida de la siguiente manera:

$$t : ] - 10, 10[ \rightarrow \mathbb{R}; t(x) = \frac{x^2 - 3x}{2}$$

Analice las siguientes proposiciones

- I. 5 tiene dos preimágenes
- II. La intersección con el eje  $Y$  es  $(0, 0)$

¿Cuáles de las afirmaciones anteriores son ciertas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

31. El dominio máximo de la función  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{3 - \sqrt{x - 2}}$  corresponde a

- A)  $]2, +\infty[$
- B)  $[2, +\infty[ - \{11\}$
- C)  $[2, +\infty[$
- D)  $]2, +\infty[ - \{11\}$

32. Considere las siguientes relaciones

- $p : \{2, 3, 5, 10\} \rightarrow \mathbb{Z}$  con gráfico  $P = \{(10, -2), (2, 2), (3, 2), (5, 2)\}$
- $q : \{-2, 0, 1, 3\} \rightarrow \mathbb{Z}$  con gráfico  $Q = \{(-2, -2), (3, 1), (0, 1), (1, 7)\}$

¿Cuáles de las relaciones anteriores son funciones?

- A) Solo  $p$
- B) Solo  $q$
- C)  $p$  y  $q$
- D) Ninguna

33. Considere una función  $t : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Se sabe que  $t$  es estrictamente decreciente en todo su dominio y que interseca al eje  $X$  en  $(3, 0)$ . Analice las siguientes proposiciones

I.  $t(5) < 0$

II.  $t(0) < t(-1)$

¿Cuáles de las afirmaciones anteriores son con certeza ciertas?

A) Solo la I

B) Solo la II

C) Ambas

D) Ninguna

34. Considere las siguientes funciones definidas en su dominio máximo:

▪  $r : D \rightarrow \mathbb{R}, r(x) = \frac{x}{x-2}$

▪  $s : F \rightarrow \mathbb{R}, s(x) = x - 1$

Analice las siguientes proposiciones:

I. El dominio máximo de  $(r + s)(x)$  es  $D$ .

II.  $(r \cdot s)(-2) = \frac{-3}{2}$

¿Cuáles de las afirmaciones anteriores son con certeza ciertas?

A) Solo la I

B) Solo la II

C) Ambas

D) Ninguna

35. Considere la función  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con criterio

$$h(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{si } x \in ]-\infty, 1[ \\ \sqrt[3]{x^2+2} & \text{si } x \in [1, 7] \\ 5 & \text{si } x \in ]7, +\infty[ \end{cases}$$

El valor numérico de  $\frac{h(5) + h(8)}{h(-1)}$  corresponde a

- A)  $-16$
  - B)  $16$
  - C)  $-20$
  - D)  $20$
36. Considere la función  $f$  definida en su dominio máximo con criterio  $f(x) = 2 - \frac{x+a}{x^2}$ . Si el punto de coordenadas  $\left(2, \frac{7}{4}\right)$  pertenece al gráfico de  $f$ , entonces el valor de  $a$  corresponde a
- A)  $-1$
  - B)  $\frac{-3}{2}$
  - C)  $-3$
  - D)  $3$



37. Considere la función  $f : \{2, 5, -2, 1, -7, 4, 3\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  y gráfico  $G = \{(2, 2), (5, 1), (-2, 3), (1, 0), (-7, 4), (4, 6), (3, 1)\}$ .

Analice las siguientes proposiciones:

- I. El codominio y el ámbito de  $f$  son iguales.
- II. La gráfica de  $f$  interseca el eje  $Y$ .

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son ciertas?

- A) Solo la I
  - B) Solo la II
  - C) Ambas
  - D) Ninguna
38. Si  $A$  es el valor del área de un círculo entonces, el diámetro  $d$  de ese círculo en función de su área corresponde a

- A)  $2\sqrt{\frac{A}{\pi}}$
- B)  $2A$
- C)  $\frac{2A}{\pi}$
- D)  $\sqrt{\frac{A}{\pi}}$

39. Considere las funciones  $f, g$  y  $h$  definidas en su dominio máximo. En la siguiente tabla se muestran las imágenes de 1, 2, 3 y 4 de las funciones indicadas.

	1	2	3	4
$f(x)$	-3	2	0	-2
$g(x)$	-1	3	-2	7
$h(x)$	0	-4	-2	6

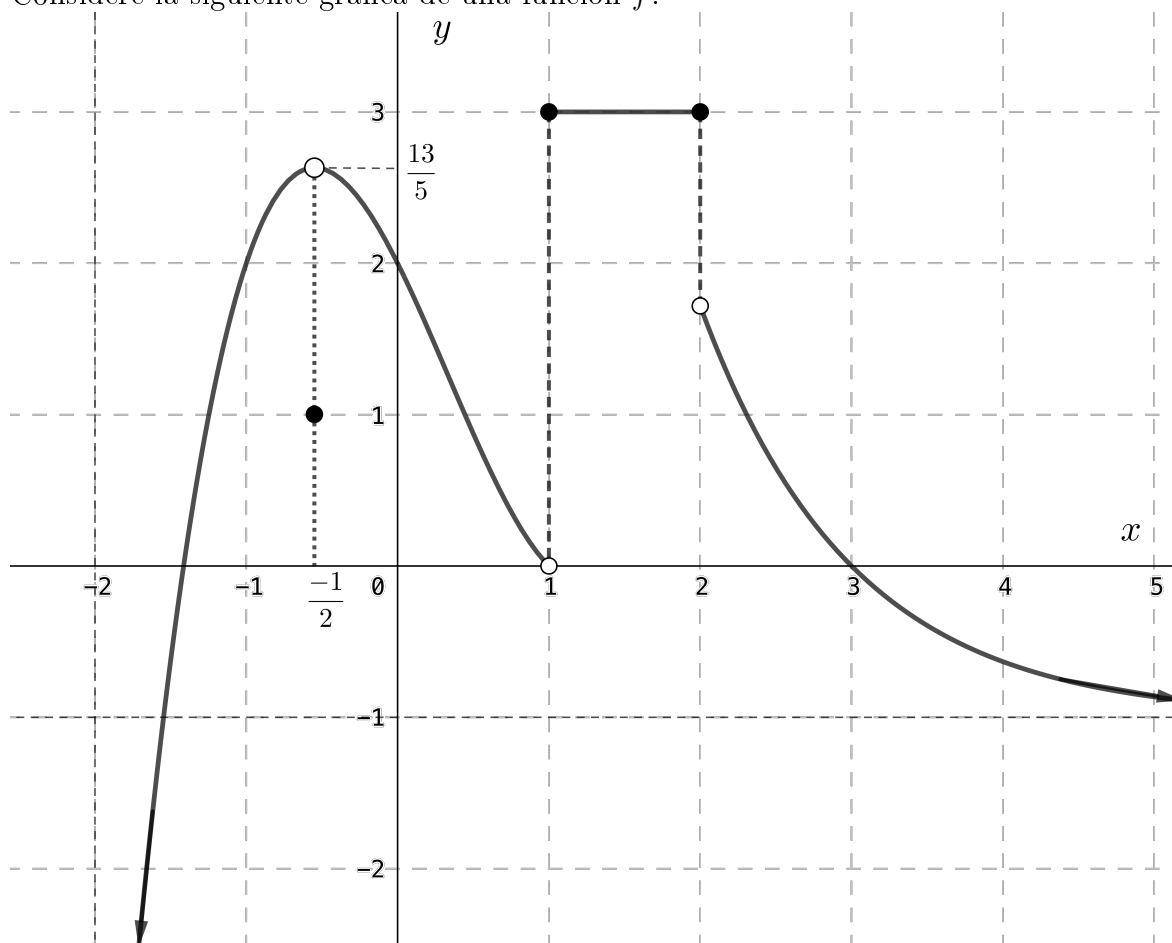
Analice las siguientes proposiciones:

- I.  $\left(\frac{h}{f}\right)(4) = -3$   
 II.  $(f \cdot g)(2) = 6$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son ciertas?

- A) Solo la I  
 B) Solo la II  
 C) Ambas  
 D) Ninguna
40. ¿Cuál de las siguientes relaciones corresponde a una función?
- A)  $f : [2, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x-1}$   
 B)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}, f(x) = \frac{2}{x}$   
 C)  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2}{x}$   
 D)  $f : [-2, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x-1}$
41. Considere la función  $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$  con criterio  $f(x) = \frac{-2}{\sqrt{3-x}}$  y dominio máximo  $\mathcal{D}$ .  
 ¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?
- A)  $-3$  pertenece a  $\mathcal{D}$ .  
 B)  $\frac{11}{4}$  es la preimagen de 4.  
 C)  $f$  interseca al eje X en  $(-1, 0)$ .  
 D) La imagen de 1 es positiva.

42. Considere la siguiente gráfica de una función  $f$ .



Analice las siguientes proposiciones y seleccione si es verdadero (V) o falsa (F) según corresponda

- |  |   |
|--|---|
| A) El valor máximo absoluto de la función es 3.                                | V |
| B) El ámbito de la función es $\mathbb{R}$                                     | F |
| C) $f\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{39}{5}$ | F |
| D) Un intervalo en el que se cumple que $f(x) < 2$ es $x \in [3, +\infty[$     | V |
| E) $f$ es estrictamente decreciente para todo $x \in ]0, 2[$                   | F |
| F) La ecuación de la asíntota vertical es $x = -1$                             | F |
| G) 2 es una preimagen de 0   | F |
| H) $f$ es cóncava hacia arriba para todo $x$ en $]2, +\infty[$                 | V |

*Fin del examen*

**I parte: Selección única**

1. D	10. D	19. B	28. A	37. D
2. D	11. D	20. A	29. A	
3. C	12. C	21. B	30. C	38. A
4. A	13. D	22. A	31. B	
5. A	14. C	23. C	32. C	39. C
6. A	15. D	24. A	33. C	
7. A	16. A	25. A	34. C	40. A
8. A	17. B	26. A	35. A	
9. D	18. D	27. B	36. A	41. A