

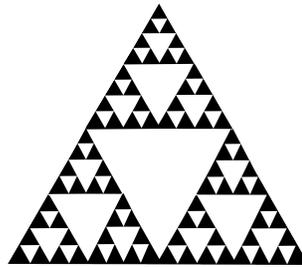


UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática



Precálculo
II Examen Parcial 2018



Nombre: _____

Colegio: _____

Código: _____

Fórmula: 1

Sábado 23 de junio

Instrucciones

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de tres partes, la primera de ellas es de selección única (37 puntos), la segunda de respuesta corta (12 puntos) y la tercera de desarrollo (6 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto. Fírmela en el espacio correspondiente utilizando bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
5. En los ítems de selección, usted deberá rellenar con **lápiz**, en la hoja de respuestas, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
6. En el folleto de respuesta corta y desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
7. En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente **bolígrafo** de tinta azul o negra indeleble para la sección de respuesta corta y el desarrollo.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna pregunta está desordenada, ésta no se calificará.
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. Las ecuaciones, a menos que se indique lo contrario, deben resolverse en el conjunto de los números reales.

Selección única

1. La ecuación de la recta que contiene los puntos de coordenadas $\left(\frac{-1}{2}, 1\right)$ y $\left(\frac{3}{2}, 5\right)$ corresponde a

A) $y = 2x$

B) $y = 2x + 1$

C) $y = 2x + 2$

D) $y = -2x + 2$

2. Si la recta l pasa por los puntos $(2k, 3)$ y $(3, 5)$, entonces el valor de k para que l tenga pendiente -1 corresponde a

A) $\frac{-5}{2}$

B) $\frac{-1}{2}$

C) $\frac{2}{5}$

D) $\frac{5}{2}$

3. La ecuación de una recta creciente corresponde a

A) $2y - x - 12 = 0$

B) $y + x = -12$

C) $-(y + 1) = \frac{1}{2}(x - 5)$

D) $(y - 1) = -1(x - 5)$

4. Si la recta l_1 tiene ecuación $-7x + 5y - 2 = 0$, entonces la intersección de l_1 con el eje y corresponde a

A) $\left(\frac{2}{5}, 0\right)$

B) $\left(0, \frac{2}{5}\right)$

C) $\left(\frac{-2}{7}, 0\right)$

D) $\left(0, \frac{-2}{7}\right)$

5. Considere la recta k con ecuación $2y + x = 0$. La ecuación de una recta paralela a k corresponde a

A) $y - 2x + 5 = 0$

B) $y - \frac{x}{2} + 1 = 0$

C) $-6y + 12x + 3 = 0$

D) $-12y - 6x + 3 = 0$

6. El punto de intersección de las rectas con ecuaciones $y = 2x$ y $y = -x + 1$ corresponde al punto de coordenadas

A) $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

B) $\left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}\right)$

C) $\left(\frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

D) $\left(\frac{-1}{3}, \frac{-2}{3}\right)$

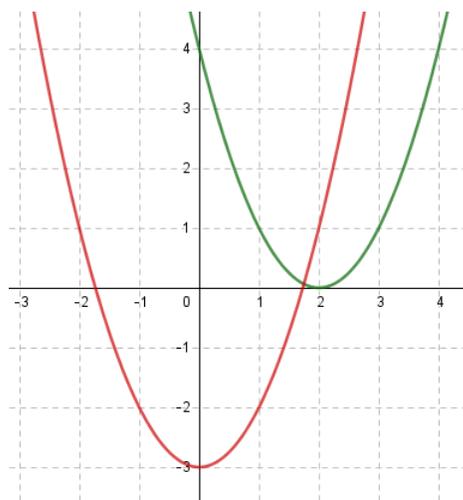
7. ¿Cuál de las siguientes parábolas tiene rango $[-5, +\infty[$?

- A) $y = x^2 - 5$
- B) $y = x^2 + 5$
- C) $y = (x + 5)^2$
- D) $y = (x - 5)^2$

8. Considere la parábola de ecuación $y_1 = (x + 3)^2$. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde a una parábola que **NO** interseca a la gráfica de y_1 ?

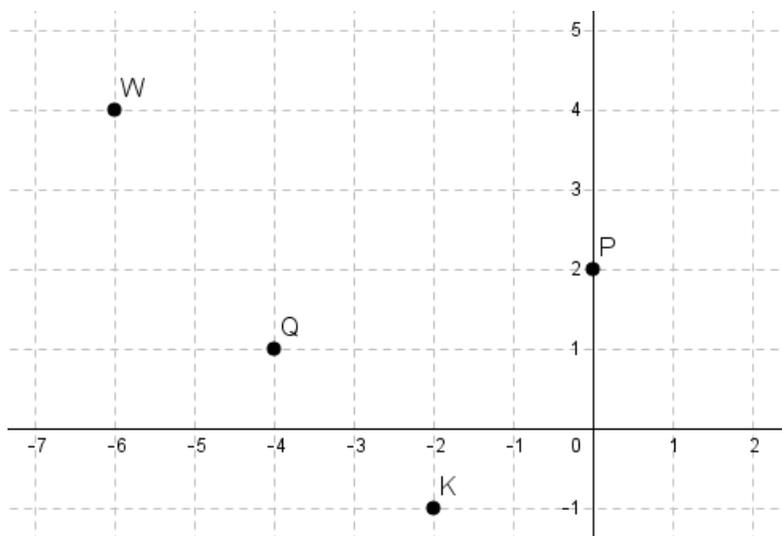
- A) $y = x^2$
- B) $y = -x^2$
- C) $y = x^2 + 10$
- D) $y = -x^2 + 10$

9. En la figura se presentan dos parábolas cuyas ecuaciones son $y = (x + a)^2$ y $y = x^2 + b$. Con certeza, $a + b$ es igual a



- A) 1
- B) 5
- C) -1
- D) -5

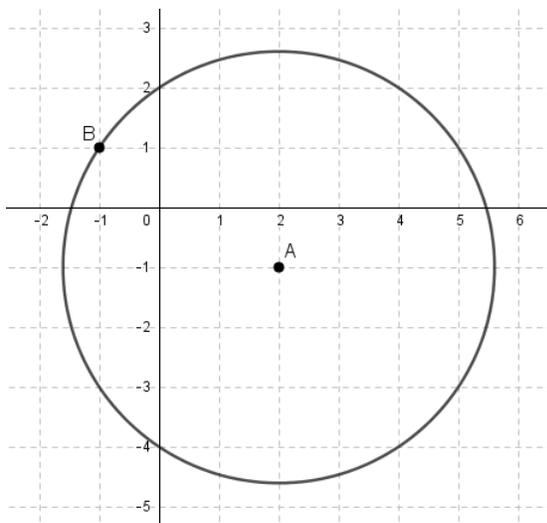
10. ¿Cuál de los puntos presentes en la figura está en el interior de la circunferencia de ecuación $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$?



- A) K
B) Q
C) P
D) W
11. Considere una circunferencia C de ecuación $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$. ¿Cuál de las siguientes rectas es tangente a C ?

- A) $y = 2$
B) $x = 1$
C) $y = -1$
D) $x = -2$

12. Una circunferencia C_1 tiene ecuación $x^2 + y^2 = 4$. Otra circunferencia C_2 tiene centro $(0, -5)$. Si C_1 y C_2 son tangentes exteriores, ¿cuál es el diámetro de C_2 ?
- A) 3
B) 4
C) 6
D) 12
13. ¿Cuál de las siguientes rectas es exterior a la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 - 4x + 2y = -4$?
- A) $y = -x$
B) $x = 1$
C) $y = 1$
D) $x = 2$
14. En la figura, A es el centro de la circunferencia, la longitud de dicha circunferencia es aproximadamente



- A) 11,31
B) 18,84
C) 22,65
D) 40,82

15. Analice las siguientes relaciones:

$$\text{I. } f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x-1}$$

$$\text{II. } g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{x}{x^2-1}$$

¿Cuáles de las relaciones anteriores son funciones?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

16. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & \text{si } x > 1 \\ 1 + 2x & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$. El valor de $\frac{f(3)}{f\left(\frac{7}{2}\right)}$ es

igual a

- A) $\frac{7}{8}$
- B) $\frac{17}{8}$
- C) $\frac{17}{94}$
- D) $\frac{34}{47}$

17. Considere una función $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{a, b, c, d\}$. ¿Cuál de los siguientes conjuntos puede ser el gráfico de f ?

- A) $\{(1, a), (2, b), (3, c)\}$
- B) $\{(1, a), (1, b), (1, c), (1, d)\}$
- C) $\{(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)\}$
- D) $\{(1, c), (2, a), (3, d), (1, a)\}$

18. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{-2x + 3}{5}$ y analice las siguientes proposiciones:

I. La gráfica de f interseca al eje X en $(-1, 0)$

II. La gráfica de f interseca al eje Y en $\left(0, \frac{3}{5}\right)$

¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

19. Considere la función $f : \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x + 7}{x - 3}$. La preimagen de -3 es igual a

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{2}{3}$
- C) $\frac{-2}{3}$
- D) $\frac{-5}{2}$

20. El área A de un círculo, en función de su circunferencia C es igual a

- A) $A = \pi C^2$
- B) $A = \frac{C^2}{4\pi}$
- C) $A = \frac{C^2}{2\pi}$
- D) $A = \frac{\pi C^2}{4}$

21. Considere la función $f : K \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = \frac{x+7}{\sqrt{x^3 \cdot (x-5)^7 \cdot (1-x)^5}}$. ¿Cuál de los siguientes números puede pertenecer al conjunto K ?

- A) 0
- B) 1
- C) 2018
- D) -2018

22. Considere una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, donde $f(-5) = f(5) = 2000$ y analice las siguientes proposiciones:

I. $f(0) > 2000$

II. f es una función constante.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son, con certeza, **verdaderas**?

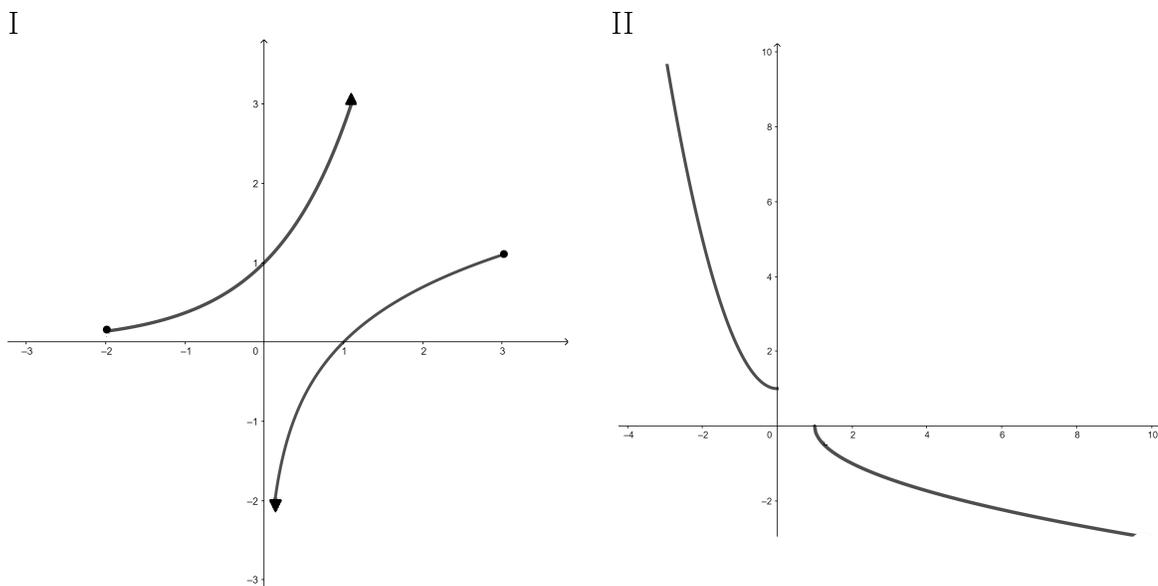
- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

23. Considere la función $m : [-4, +\infty[\rightarrow C$ con $m(x) = -x^2 + 3$. Si m es sobreyectiva, C debe ser

- A) \mathbb{R}
- B) $] -\infty, 2]$
- C) $] -\infty, 3]$
- D) $] -\infty, 4]$

24. La función $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, con criterio $f(x) = \frac{1}{2x}$, se clasifica como
- A) inyectiva y sobreyectiva.
 - B) ni inyectiva ni sobreyectiva.
 - C) inyectiva pero no sobreyectiva.
 - D) sobreyectiva pero no inyectiva.
25. ¿Cuál de las siguientes funciones es biyectiva?
- A) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$
 - B) $g : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{x}$
 - C) $h : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+, h(x) = \sqrt{x}$
 - D) $j : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, j(x) = x^3$
26. Considere la función $f : [-1, +\infty[\rightarrow]-\infty, 1]$ con $f(x) = -\sqrt{x+1} + 1$. El criterio de la función inversa corresponde a
- A) $f^{-1}(x) = (x - 1)^2 - 1$
 - B) $f^{-1}(x) = (x - 1)^2 + 1$
 - C) $f^{-1}(x) = (x + 1)^2 - 1$
 - D) $f^{-1}(x) = (x + 1)^2 + 1$

27. Considere las siguientes gráficas de funciones



¿Cuáles de las gráficas anteriores representan a una función y su inversa?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

28. Si f y g son funciones definidas en su dominio máximo tales que $f(x) = \frac{3x+2}{x}$ y $g(x) = \sqrt{2x+1}$, entonces, el dominio de la función $(f+g)$ corresponde a

- A) \mathbb{R}
- B) $\mathbb{R} - \{0\}$
- C) $\left[\frac{-1}{2}, +\infty\right[$
- D) $\left[\frac{-1}{2}, +\infty\right[- \{0\}$

29. Si $(f \circ g)(x) = \frac{x+5}{x+2}$ y $g(x) = x+2$, entonces el criterio de f corresponde a

A) $f(x) = \frac{3}{x}$

B) $f(x) = \frac{5}{x}$

C) $f(x) = \frac{x+3}{x}$

D) $f(x) = \frac{x+5}{x}$

30. El ámbito de la función $h :]-\infty, -2] \rightarrow B$ con $h(x) = \frac{-x+2}{3}$ corresponde a

A) $] -\infty, 0]$

B) $[0, +\infty[$

C) $] -\infty, \frac{4}{3}]$

D) $[\frac{4}{3}, +\infty[$

31. El dominio de la función biyectiva $f : D \rightarrow \{-10, 17\}$ con $f(x) = -3x + 5$ es igual a

A) $\{-12, 15\}$

B) $\{-5, 4\}$

C) $\{-4, 5\}$

D) $\left\{ \frac{-22}{3}, \frac{5}{3} \right\}$

32. El criterio de la función de demanda para una línea de aparatos electrónicos es $P(q) = 1200 - 6q$, donde P es el precio (en dólares) por unidad cuando los consumidores demandan q unidades (semanales). ¿Cuántas unidades deben demandar los consumidores por semana para que el precio del aparato electrónico sea \$120?

- A) 100
- B) 180
- C) 480
- D) 1180

33. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = -2(x+1)^2 + 7$. El ámbito de f es igual a

- A) $] -\infty, 7]$
- B) $[7, +\infty[$
- C) $] -\infty, -7]$
- D) $[-7, +\infty[$

34. El ámbito de la función $f :]-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = -x^2 + 1$ es igual a

- A) $\{0\}$
- B) $]0, 1]$
- C) $[0, 1]$
- D) $] -\infty, 1]$

35. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = (2x + 1)(x - 3)$. Con **certeza**, las imágenes son negativas, siempre que las preimágenes pertenezcan al conjunto

- A) $] -3, \frac{1}{2} [$
- B) $] \frac{-1}{2}, 3 [$
- C) $] -\infty, \frac{-1}{2} [\cup] 3, +\infty [$
- D) $] -\infty, -3 [\cup] \frac{1}{2}, +\infty [$

36. El tiro de un atleta lanzador de peso puede ser modelado mediante la función de criterio $f(x) = -0,15x^2 + 0,6x + 1,7$, donde x es la distancia horizontal recorrida (en metros) y $f(x)$ es la altura (en metros). ¿Cuál es la distancia aproximada que recorre el objeto lanzado por el atleta?

- A) 1,9 m
- B) 2 m
- C) 2,3 m
- D) 5,9 m

37. Un fabricante puede producir q cantidad de pantallas de televisión a un costo C (en dólares) modelado mediante la fórmula $C(q) = 2000 - 20q + 0,1q^2$. ¿Cuántas unidades deberán producir para tener el mínimo costo posible?

- A) 20
- B) 100
- C) 2000
- D) 21000



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

Proyecto MATEM
Precálculo
II Examen Parcial 2018

Nombre: _____

Colegio: _____

Código: _____

Pregunta	Puntos
Respuesta corta	
Desarrollo	

Fórmula: 1

Sábado 23 de junio

II parte: Respuesta Corta

Conteste lo que se le solicita a continuación. (12 puntos)

1. Para la circunferencia de ecuación $(x - 5)^2 + (y + 13)^2 = 15$ determine:

A) El centro de la circunferencia: _____

B) El diámetro de la circunferencia: _____

2. Para la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 - 6x - 2y = -2$ determine:

A) El centro de la circunferencia: _____

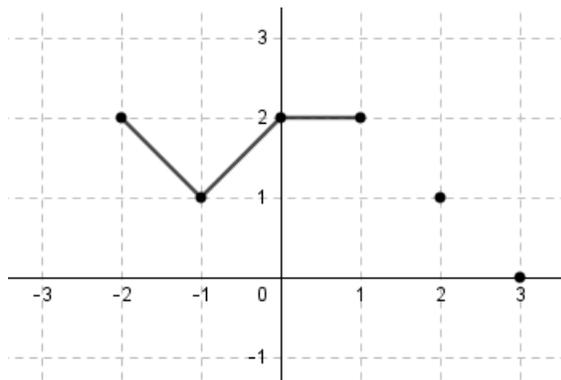
B) El radio de la circunferencia: _____

3. Para cada uno de los siguientes criterios de funciones, determine el dominio máximo.

A) $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt[4]{-x+7}}$ _____

B) $g(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$ _____

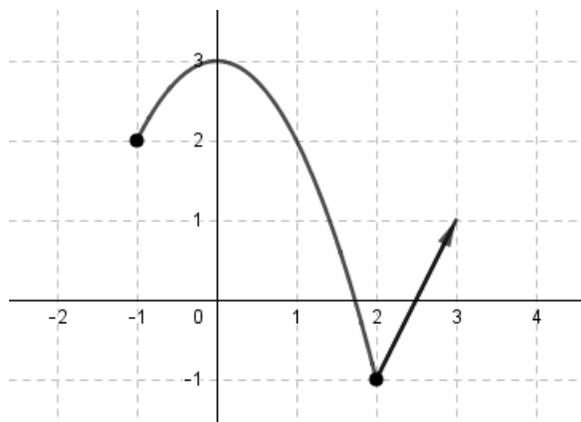
4. En la siguiente imagen se presenta la gráfica de una función f , determine lo que se le solicita.



A) El dominio de f . _____

B) El conjunto de las preimágenes x , que cumplen $f(x) = 1$. _____

5. En la siguiente imagen se presenta la gráfica de una función f , determine lo que se le solicita.



- A) El dominio de f . _____
- B) El ámbito de f . _____
6. Considere las funciones $f : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = \frac{2x}{x-2}$ y $g : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ con $g(x) = \frac{1}{2(x-2)}$, determine lo que se le solicita.
- A) El criterio simplificado de $\left(\frac{f}{g}\right)$. _____
- B) El dominio de $f \circ g$. _____

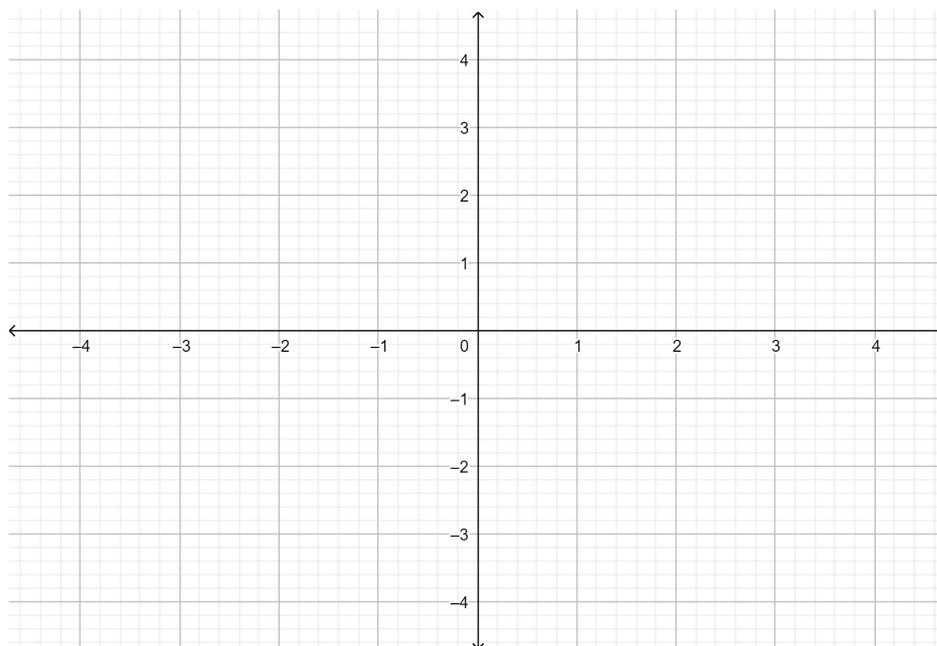
III parte: Desarrollo

Determine el vértice y los puntos de intersección con los ejes de la parábola

$$y = 4x - 2x^2 + \frac{5}{2}.$$

Posteriormente trace la gráfica

(6 puntos)



Fin del examen



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

Proyecto MATEM-Precálculo II Examen Parcial 2018- Solucionario

Sábado 23 de junio

I parte: Selección única

- | | |
|-------|-------|
| 1. C | 20. B |
| 2. D | 21. D |
| 3. A | 22. D |
| 4. B | 23. C |
| 5. D | 24. A |
| 6. A | 25. C |
| 7. A | 26. B |
| 8. B | 27. A |
| 9. D | 28. D |
| 10. B | 29. C |
| 11. B | 30. D |
| 12. C | 31. C |
| 13. C | 32. B |
| 14. C | 33. A |
| 15. D | 34. C |
| 16. D | 35. B |
| 17. C | 36. D |
| 18. B | 37. B |
| 19. A | |

II parte: Respuesta Corta

1. Para la circunferencia de ecuación $(x - 5)^2 + (y + 13)^2 = 15$ determine:

A) El centro de la circunferencia: $(5, -13)$

B) El diámetro de la circunferencia: $2\sqrt{15}$

2. Para la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 - 6x - 2y = -2$ determine:

A) El centro de la circunferencia: $(3, 1)$

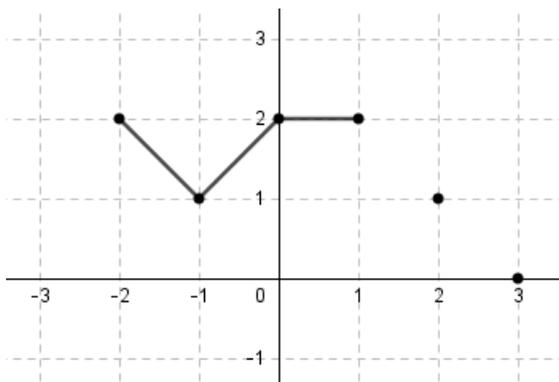
B) El radio de la circunferencia: $\sqrt{8}$ o $2\sqrt{2}$

3. Para cada uno de los siguientes criterios de funciones, determine el dominio máximo.

A) $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt[4]{-x+7}}$ $\left[\frac{-1}{2}, 7\right[$

B) $g(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$ $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

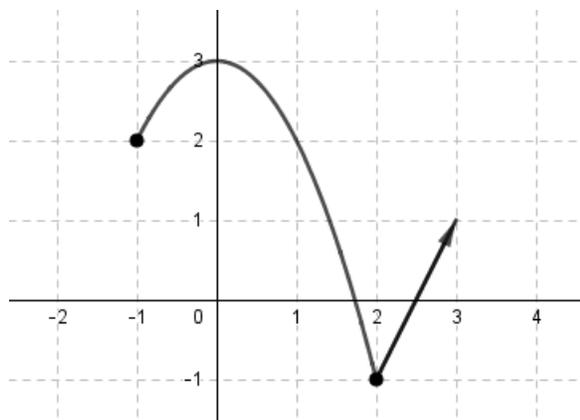
4. En la siguiente imagen se presenta la gráfica de una función f , determine lo que se le solicita.



A) El dominio de f . $[-2, 1] \cup \{2, 3\}$

B) El conjunto de las preimágenes x , que cumplen $f(x) = 1$. $\{-1, 2\}$

5. En la siguiente imagen se presenta la gráfica de una función f , determine lo que se le solicita.



A) El dominio de f . $[-1, +\infty[$

B) El ámbito de f . $[-1, +\infty[$

6. Considere las funciones $f : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = \frac{2x}{x-2}$ y $g : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ con $g(x) = \frac{1}{2(x-2)}$, determine lo que se le solicita.

A) El criterio simplificado de $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$. $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = 4x$

B) El dominio de $f \circ g$. $\mathbb{R} - \left\{2, \frac{9}{4}\right\}$

III parte: Desarrollo

Determine el vértice y los puntos de intersección con los ejes de la parábola

$$y = 4x - 2x^2 + \frac{5}{2}$$

. Posteriormente trace la gráfica

(6 puntos)

- Vértice: $\left(1, \frac{9}{2}\right)$
- Intersección con el eje y : $\left(0, \frac{5}{2}\right)$
- Intersecciones con el eje x : $\left(\frac{-1}{2}, 0\right), \left(\frac{5}{2}, 0\right)$
- Gráfica:

