



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

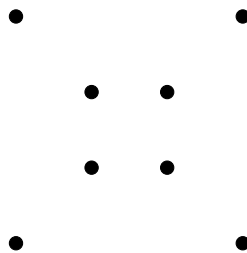


MATEM

Matemática Para la Enseñanza Media

Precálculo

I Examen Parcial 2021



Nombre: _____

Colegio: _____

Fórmula: 1

Sábado 24 de abril

Dado que la prueba se aplicó en versión digital, basada en un banco de ítems, lo que se presenta acá es una de las miles de versiones que el sistema genera aleatoriamente.

Selección única y complete

1. (3 puntos) Considere el proceso de factorización de la expresión $3x^3 + 2x^2 + 11x - 4$:

Usando división sintética se tiene:

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 2 & 11 & -4 & \\ \downarrow & 1 & b & 4 & a \\ \hline 3 & 3 & c & 0 & \end{array}$$

Por tanto: $3x^3 + 2x^2 + 11x - 4 = (x - \frac{1}{3})(3x^2 + 3x + 12) = d(x - \frac{1}{3})(x^2 + x + 4)$

Con base en tal proceso, determine el valor numérico de:

- a _____
 - $b + c$ _____
 - d _____
2. (2 puntos) Considere la ecuación $\frac{x^2 + 2bx + 4x + 4b - 4}{(x^2 + 4)(x + b)} = 0$. Si se sabe que $x = 2$ es una solución, determine:
- el valor de b : _____
 - el valor de una restricción de la ecuación: _____
3. Si un factor de la expresión $x^3 + 2x^2 + kx + 3$ es $(x + 1)$, entonces el valor numérico de k corresponde a

- A) 6
- B) -2
- C) 4
- D) 0

4. Si $Q(x)$ es un polinomio que cumple que $Q(5) = 0$ y $Q(-1) = 0$ entonces con **certeza**, un factor de la expresión $x^2 - 6x + 5 - Q(x)$ es
- A) $x - 1$
 - B) $x - 5$
 - C) $x + 5$
 - D) $x - 6$
5. La expresión $x^6 - 64$ es equivalente a
- A) $(x^3 - 4)^3$
 - B) $(x^2 - 4)(x^4 + 4x^2 + 16)$
 - C) $(x^3 - 4)(x^3 + 4)$
 - D) $(x^2 - 8)(x^4 + 8x^2 + 64)$
6. La cantidad de **factores lineales distintos** en la factorización completa de la expresión $3x^5 - x^4 - 48x + 16$ corresponde a
- A) 4
 - B) 2
 - C) 3
 - D) 5
7. Considere la expresión $\frac{2\sqrt{x-1} - 3}{x(1 - \sqrt[3]{x})}$. Para racionalizar el **numerador** de la expresión anterior se debe multiplicar por una fracción unitaria $\frac{P(x)}{P(x)}$ y para racionalizar el **denominador** se debe multiplicar por una fracción unitaria $\frac{Q(x)}{Q(x)}$. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?
- A) $P(x) = 2\sqrt{x-1} + 3$ y $Q(x) = 1 + \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}$
 - B) $P(x) = \sqrt{x-1} + 3$ y $Q(x) = 1 - \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}$
 - C) $P(x) = 2\sqrt{x-1} + 3$ y $Q(x) = 1 - \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}$
 - D) $P(x) = \sqrt{x-1} - 3$ y $Q(x) = 1 + \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}$

8. Al racionalizar el **numerador** de $\frac{x - \sqrt{x}}{x\sqrt{x}}$ se obtiene una expresión equivalente a

A) $\frac{x^2 - x}{x\sqrt{x}(x + \sqrt{x})}$

B) $\frac{x^2 - x}{x\sqrt{x}(x - \sqrt{x})}$

C) $\frac{x^2 + x}{x\sqrt{x}(x - \sqrt{x})}$

D) $\frac{x^2 + x}{x\sqrt{x}(x + \sqrt{x})}$

9. Al racionalizar el **numerador** de la expresión $\frac{1 - \sqrt{x-3}}{x-4}$ se obtiene una expresión equivalente a

A) $\frac{-1}{1 + \sqrt{x-3}}$

B) $\frac{1}{1 + \sqrt{x-3}}$

C) $\frac{x+2}{1 + \sqrt{x-3}}$

D) $\frac{-x-2}{1 - \sqrt{x-3}}$

10. El conjunto solución de la ecuación $\frac{3}{2x-3} - \frac{3}{5} = 0$ corresponde a

A) $\{4\}$

B) $\{-1\}$

C) $\{1\}$

D) $\{0\}$

11. La ecuación $\frac{2}{x-1} - x = \frac{2}{x^2-1}$ es equivalente a

A) $\frac{2(x+1) - x(x^2-1) - 2}{x^2-1} = 0$

B) $(2-x)(x^2-1) = 2(x-1)$

C) $\frac{2-x}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$

D) $\frac{-x^2 - x + 2}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$

12. Si $P(x)$ es una expresión de la forma $ax + b$, con $a, b \in \mathbb{R}$ tal que el conjunto solución de $P(x) \geq 0$ es $] -\infty, 3]$, entonces el conjunto solución de la inecuación $\frac{P(x)}{(x-1)} < 0$ corresponde a

A) $]1, 3]$

B) $] -\infty, 1[\cup]3, +\infty[$

C) $]1, 3[$

D) $] -\infty, 1[\cup]3, +\infty[$

13. El conjunto solución de la ecuación $\frac{(2x-3)(x-3)}{-2x^2+4x+6} = 0$ corresponde a

A) $\left\{ \frac{3}{2} \right\}$

B) $\{-3\}$

C) $\left\{ \frac{3}{2}, 3 \right\}$

D) $\{3\}$

14. ¿Cuáles son dos soluciones de la inecuación $\frac{5-2x}{2(2x-3)} \geq 0$?

A) -1 y $\frac{3}{2}$

B) 3 y 2

C) $\frac{3}{2}$ y $\frac{7}{4}$

D) $\frac{7}{4}$ y 2

15. La inecuación $\frac{2}{x} \geq \frac{3}{x-1}$ es equivalente a

A) $2(x-1) \geq 3x$

B) $\frac{x+2}{x(x-1)} \leq 0$

C) $\frac{x-2}{x(x-1)} \leq 0$

D) $\frac{2}{x} - \frac{3}{x-1} \leq 0$

16. El conjunto solución de $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2} \geq 0$ corresponde a

A) $] -\infty, -2[\cup] 1, +\infty[$

B) $] -\infty, -2] \cup [1, +\infty[$

C) $[-2, 1]$

D) $] -2, 1[$

17. El conjunto solución de $(2x - 1)x^2 + (2x - 1) = 0$ es igual a

A) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

B) $\left\{\frac{-1}{2}\right\}$

C) $\left\{0, \frac{1}{2}\right\}$

D) $\left\{0, \frac{-1}{2}\right\}$

18. Sea $P(x)$ un polinomio y $S = \{-2, 1, 3\}$ el conjunto solución de $P(x) = 0$. ¿Cuál de los siguientes polinomios puede ser $P(x)$?

A) $(x - 2)(x + 1)(x + 3)$

B) $(x + 2)^2(x - 1)(x - 3)$

C) $(x + 2)^2(x + 1)(x + 3)$

D) $(x + 2)(x + 1)(x - 3)$

19. Si $x = \frac{3}{4}$ es una solución de $-8x^2 + mx - 9 = 0$, entonces la otra solución es un número

A) entre 0 y 1

B) entre 1 y 2

C) entre 2 y 3

D) entre 3 y 4

20. El conjunto solución de $(2x - 1)^2 \cdot (4x + 3)^4 \leq 0$ corresponde a

A) \emptyset

B) \mathbb{R}

C) $\left\{ \frac{1}{2}, \frac{-3}{4} \right\}$

D) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2}, \frac{-3}{4} \right\}$

21. Si $a < b$, el conjunto solución de $(x - a)(x - b) \leq 0$ es igual a

A) $[a, b]$

B) $]a, b[$

C) $] -\infty, a[\cup]b, +\infty[$

D) $] -\infty, a] \cup [b, +\infty[$

22. Considere las siguientes inecuaciones:

I. $4x + 4x^2 + 8 < 0$

II. $16x - 16x^2 - 9 \geq 0$

¿Cuál de las inecuaciones anteriores tiene como conjunto solución $S = \emptyset$?

A) Solo la I

B) Solo la II

C) Ambas

D) Ninguna

23. Al simplificar al máximo la expresión $\frac{x}{x-1} - \frac{x+2}{x+1}$ se obtiene como resultado una fracción con denominador

A) $x^2 + 1$

B) $x^2 - 1$

C) $(x - 1)^2$

D) $\frac{2}{x^2 - 1}$

24. La edad actual de Juan es siete veces la edad de Carla. Dentro de 30 años, la edad de Carla será la mitad de la que tendrá Juan. ¿Cuál será la edad de Carla dentro de 15 años?

A) 20

B) 21

C) 22

D) 23

25. Considere el siguiente problema:

Un terreno rectangular de 20 metros de largo por 14 metros de ancho está rodeado por una acera de cemento de ancho uniforme. Si el área de la acera es de 195 metros cuadrados, ¿cuánto mide el ancho de la acera?

Si x representa el ancho de la acera, una ecuación que permite resolver el problema es

A) $(20 + 2x)(14 + 2x) = 475$

B) $(20 - 2x)(14 - 2x) = 475$

C) $(20 + x)(14 + x) = 475$

D) $(20 - x)(14 - x) = 475$

26. Un número A de dos cifras es igual al triple del cuadrado del dígito de las unidades. La cifra de las decenas excede en 2 al dígito de las unidades. Si x representa el dígito de las unidades entonces una ecuación que permite encontrar el número A es

- A) $(x + 2) + x = 3x^2$
- B) $x + 10(x + 2) = 3x^2$
- C) $10x + (x - 2) = 3x^2$
- D) $10x + (x - 2) = 3(x - 2)^2$

27. Considere el siguiente problema:

El producto de dos números enteros consecutivos positivos es 132. ¿Cuáles son los números?

Si x representa el número menor, una ecuación que permite resolver el problema es

- A) $x^2 - 132 = 0$
- B) $x^2 + 132 = 0$
- C) $x^2 + x - 132 = 0$
- D) $x^2 - x - 132 = 0$

28. Considere el problema:

La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide $\sqrt{29}$ cm. Determine la medida de los catetos si estos suman 7 cm.

Si x es la medida de uno de los catetos, una ecuación que permite resolver el problema anterior es

- A) $2x^2 + 14x + 20 = 0$
- B) $2x^2 - 14x + 20 = 0$
- C) $2x^2 + 14x + \sqrt{20} = 0$
- D) $x^2 - 14x + 49 - \sqrt{29} = 0$

29. En un rectángulo, el largo mide 2 *cm* más que el ancho. En un segundo rectángulo el largo y ancho miden el doble, respectivamente, del largo y ancho del primer rectángulo. Si el área de la región limitada por el segundo rectángulo es 480 *cm*² entonces, el largo del primer rectángulo mide

- A) 10 *cm*
- B) 12 *cm*
- C) 14 *cm*
- D) 24 *cm*

30. (2 puntos) Considere la expresión:

$$P(x) = (-x^2 - 4) \cdot (x + 3)^2 \cdot (x - 5) \cdot (x - 1)^3 \cdot (7 - x)$$

Para resolver la inecuación $P(x) < 0$ se elaboró la siguiente tabla donde se sustituyeron los signos correspondientes por letras.

	$-\infty$	-3	1	5	7	$+\infty$
$-x^2 - 4$	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	
$(x + 3)^2$	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>j</i>	
$x - 5$	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>o</i>	
$(x - 1)^3$	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>r</i>	<i>s</i>	<i>t</i>	
$7 - x$	<i>u</i>	<i>v</i>	<i>w</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	
$P(x)$	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	

Para cada una de las siguientes letras, seleccione el signo que le corresponde en la tabla anterior.

- *s* _____
- *y* _____
- *e* _____
- z_1 _____
- *m* _____
- *f* _____

31. Considere la siguiente ecuación polinomial:

$$(2x - 1)^3 (9x^2 + 4) - 4x (2x - 1)^4 = 0$$

Para resolver la ecuación anterior, una estudiante realizó el siguiente procedimiento y sustituyó algunas expresiones por símbolos:

$$\Leftrightarrow (2x - 1)^3 \cdot [(9x^2 + 4) - 4x \cdot \star] = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x - 1)^3 \cdot [x^2 + 4x + \spadesuit] = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x - 1)^3 \cdot \diamondsuit^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \quad \text{o} \quad x = \clubsuit$$

Por lo tanto, el conjunto solución es $S = \left\{ \frac{1}{2}, \clubsuit \right\}$

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es el valor de \spadesuit ?

- A) 2
- B) 4
- C) -4
- D) -2

32. Una solución de la ecuación $3x - 5x^2 + 2x^3 = 0$ es

- A) $\frac{3}{2}$
- B) $\frac{-3}{2}$
- C) $\frac{2}{3}$
- D) -1

33. La expresión $\frac{x+4}{x-2} \div \frac{2x+8}{x^2-4}$ es equivalente a

A) x

B) $\frac{x}{2} + 1$

C) $x + 1$

D) $\frac{2}{x+1}$

34. Para que la expresión $\frac{\ominus}{3-2x-x^2}$ sea equivalente a $\frac{1}{1-x}$, la expresión \ominus debe ser igual a

A) $-x - 3$

B) $x + 3$

C) $3 - x$

D) $x - 3$

35. La expresión $\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)}$ es equivalente a

A) $\frac{x+1}{x}$

B) $\frac{x}{x+1}$

C) $\frac{x}{x-1}$

D) $\frac{x-1}{x}$

36. El conjunto solución de $\frac{(x-5)(3-x)}{(5-x)} \geq 0$ es igual a

- A) $[3, +\infty[$
- B) $] -\infty, 3]$
- C) $] -\infty, 3] \cup \{5\}$
- D) $[3, 5[\cup]5, +\infty[$

Fin del examen

I parte: Selección única

3. C	10. A	17. A	24. B	32. A
4. B	11. A	18. B	25. A	
5. B	12. D	19. B	26. B	33. B
6. C	13. A	20. C	27. C	34. B
7. A	14. D	21. A	28. B	
8. A	15. B	22. C	29. B	35. A
9. A	16. A	23. B	31. B	36. D