



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat

Escuela de
Matemática

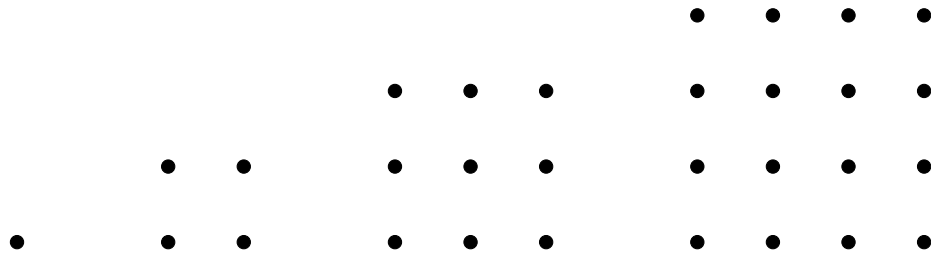


MATEM

Matemática Para la Enseñanza Media

Precálculo

I Examen parcial 2023



Nombre: _____

Colegio: _____

Código: _____

Fórmula:1

Sábado 22 de abril

Indicaciones

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de 2 horas y 30 minutos.
2. Lea cuidadosamente cada instrucción y cada pregunta antes de contestar.
3. Este examen consta de dos partes: selección única (25 puntos) y desarrollo (15 puntos).
4. La parte de selección única debe ser contestada en la **hoja de respuestas** que se le dará para tal efecto. Fírmela en el espacio correspondiente utilizando bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
5. En la **hoja de respuestas** usted deberá rellenar con **lápiz** la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja de respuestas.
6. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
7. En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente **bolígrafo** de tinta azul o negra indeleble.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna pregunta está desordenada, ésta no se calificará.
9. No se permite el uso de calculadora científica o programable. La calculadora que puede utilizar es la que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. Las ecuaciones, a menos que se indique lo contrario, deben resolverse en el conjunto de los números reales.

Selección única

1. Al factorizar completamente $2x + 8x^2 - 3$, uno de los factores es
 - A) $2x + 1$
 - B) $4x - 3$
 - C) $-2x - 1$
 - D) $4x + 3$
2. Al factorizar completamente $(x - 2)(2x + 3) - (4x^2 - 9)$ uno de los factores es
 - A) $x + 1$
 - B) $2x - 3$
 - C) $x^2 + 1$
 - D) $2x + 3$
3. Al factorizar completamente $b^2 - x^2(4a^2 - 4am + m^2)$ uno de los factores es
 - A) $mx + b$
 - B) $mx - b$
 - C) $b - 2ax + mx$
 - D) $b + 2ax + mx$
4. Al factorizar completamente $(2x + 1)^3 - (3 - 2x)^3$, uno de los factores es
 - A) $2x + 1$
 - B) $2x - 1$
 - C) $4x^2 - 2x + 13$
 - D) $4x^2 + 4x + 13$

5. Sea $P(x) = (x - 3)(2x + 1)^3 + (x^2 - 9)(2x - 1)$. ¿Cuál de los siguientes números es un cero de $P(x)$?

A) 3

B) $\frac{1}{2}$

C) -3

D) $\frac{-1}{2}$

6. La expresión $\frac{x^2 - 5x}{\sqrt[3]{x}(\sqrt{2x} - \sqrt{5+x})}$ es equivalente a

A) $\sqrt[3]{x^2}(\sqrt{2x} - \sqrt{5+x})$

B) $\sqrt[3]{x^2}(\sqrt{2x} + \sqrt{5+x})$

C) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}(\sqrt{2x} - \sqrt{5+x})}$

D) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}(\sqrt{2x} + \sqrt{5+x})}$

7. La expresión $\frac{1}{\sqrt{h}} - \frac{1}{\sqrt{h+2}}$ es equivalente a

A) $\frac{\sqrt{h}(h+2) - h\sqrt{h+2}}{h^2 + 2h}$

B) $\frac{\sqrt{h}(h+2) - h\sqrt{h+2}}{h^2 - 2h}$

C) $\frac{h\sqrt{h+2} - \sqrt{h}(h+2)}{h^2 - 2h}$

D) $\frac{h\sqrt{h+2} - \sqrt{h}(h+2)}{h^2 + 2h}$

8. La expresión $\frac{x^2 - 4}{x} \div \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2}$ es equivalente a

A) $\frac{x^2 - 2x}{x + 2}$

B) $\frac{x^2 - 2x}{x - 2}$

C) $\frac{x - 2}{x^2 + 2x}$

D) $\frac{x + 2}{x^2 - 2x}$

9. La expresión $\frac{5x^{2021} - 3x^{2020} + 2x^{2022}}{9x^{2020} + 6x^{2021} + x^{2022}}$ es equivalente a

A) $\frac{2x + 1}{x - 3}$

B) $\frac{2x - 1}{x + 3}$

C) $\frac{x + 3}{2x - 1}$

D) $\frac{x - 3}{2x + 1}$

10. La expresión $\frac{x}{(x + 1)(x + 2)} - \frac{4}{(x + 2)(x + 3)} - \frac{x^2 - x - 4}{(x + 1)(x + 2)(x + 3)}$ es equivalente a

A) 0

B) 1

C) $\frac{2x^2}{(x + 1)(x + 2)(x + 3)}$

D) $\frac{2x^2 - 4}{(x + 1)(x + 2)(x + 3)}$

11. El conjunto solución de la ecuación $x^4 - 103x^2 + 300 = 0$ tiene exactamente

A) dos soluciones reales.

B) una solución positiva.

C) cuatro soluciones racionales.

D) dos soluciones irracionales y dos racionales.

12. Para que la ecuación $(k - 1)x^2 + 4 + k = 0$ tenga una única solución real, el valor de k debe ser

- A) -1
- B) 1
- C) 4
- D) 5

13. El conjunto solución de la ecuación $\frac{1}{x - 2} = \frac{1}{x^2 - 4}$ es igual a

- A) \emptyset
- B) $\{-1\}$
- C) $\{-1, 2\}$
- D) $\{-1, -2, 2\}$

14. ¿Cuántos elementos tiene el conjunto solución de la ecuación $\frac{3x^2 + 9x}{2x + 3} = \frac{2x^3}{2x + 3}$?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3

15. Si $S = \{-3\}$ es el conjunto solución de la ecuación $\frac{2}{x+1} - \frac{k}{x+1} = 1$, entonces el valor de k es igual a
- A) 4
 - B) $\frac{1}{4}$
 - C) $\frac{-1}{4}$
 - D) -4
16. El conjunto solución de la ecuación $x - \frac{10}{x+1} = 2$ tiene
- A) cero elementos.
 - B) dos elementos positivos.
 - C) dos elementos negativos.
 - D) un elemento positivo y uno negativo.
17. La suma de las soluciones de la ecuación $|3x - 2| = 7$ es igual a
- A) $\frac{-14}{3}$
 - B) $\frac{-4}{3}$
 - C) $\frac{13}{3}$
 - D) $\frac{4}{3}$

18. El conjunto solución de la ecuación $|x| + |2x - 3| = -12$ es igual a

A) $\{-3\}$

B) $\{3\}$

C) $\left\{\frac{1}{3}\right\}$

D) \emptyset

19. Considere la ecuación $1 + |7x - 3| = k$ y analice las siguientes proposiciones:

I. Si $k = 5$, la ecuación tiene una solución negativa.

II. Si $k = 1$, la ecuación tiene solución única.

Con base en la información anterior, ¿cuál o cuáles de las proposiciones anteriores son, con certeza verdaderas?

A) Solo la I

B) Solo la II

C) Ambas

D) Ninguna

20. El conjunto solución de $25x^2 + 11 \geq 30x$ es igual a

A) $\mathbb{R} - \left\{\frac{3}{5}\right\}$

B) $\left\{\frac{3}{5}\right\}$

C) \mathbb{R}

D) \emptyset

21. El conjunto solución de $(-2x + 1)^{2020} (x - 1) < 0$ es igual a

A) $] -\infty, 1[$

B) $] 1, +\infty[$

C) $] -\infty, \frac{1}{2}[\cup] \frac{1}{2}, 1[$

D) $] -\infty, 1[- \left\{ \frac{-1}{2}, \frac{1}{2} \right\}$

22. El conjunto solución de $(x + 3)^2 (1 - x)^4 \leq 0$ es

A) \emptyset

B) $\{-3, 1\}$

C) $\mathbb{R} - \{-3, 1\}$

D) \mathbb{R}

23. El conjunto solución de $\frac{1}{x} < x$ corresponde a

A) $] -1, 1[$

B) $] 1, +\infty[$

C) $] -1, 0[\cup] 1, +\infty[$

D) $] -\infty, -1[\cup] 0, 1[$

24. Una solución de la inecuación $\frac{x+5}{x-2} \leq 0$ es

A) $\frac{9}{4}$

B) $\frac{3}{4}$

C) $\frac{-23}{4}$

D) $\frac{-21}{4}$

25. El conjunto solución de $\frac{(x-2)(-2x+1)}{x+3} \leq 0$ es igual a

A) $\left] -3, \frac{1}{2} \right] \cup [2, +\infty[$

B) $] -\infty, 2] \cup \left[-\frac{1}{2}, -3 \right[$

C) $\left] -3, \frac{1}{2} \right[\cup]2, +\infty[$

D) $] -\infty, 2[\cup \left] -\frac{1}{2}, -3 \right[$



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

Proyecto MATEM Precálculo- I Examen parcial 2023

Nombre: _____

Colegio: _____

Código: _____

Pregunta	Puntos
D1	
D2	
D3	

Fórmula: 1

Sábado 22 de abril

II parte: Desarrollo

1. Escoja UNO de los siguientes problemas y resuélvalo usando ecuaciones. Si resuelve los dos, se le calificará únicamente el primero que resuelva. (8 puntos)

A) *La suma de dos números es 14 y la de sus recíprocos es $\frac{7}{24}$. Escriba una ecuación que resuelva el problema anterior y determine los números.*

B) *De una pieza de madera 1200 cm^2 se cortan dos piezas cuadradas, una de ellas con 5 cm más de lado que la otra. Si las partes de madera que sobran tienen un área de 83 cm^2 , ¿cuánto miden los lados de las piezas cuadradas cortadas?*

2. Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación: (7 puntos)

$$2x^4 - 5x^3 - 3x^2 + 8x + 4 = 0$$

Fin del examen



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

Proyecto MATEM - Precálculo - I Examen parcial 2023- Solucionario

Sábado 22 de abril

I parte: Selección única

1. D	8. A	15. A	22. B
2. D	9. B	16. D	
3. C	10. A	17. D	23. C
4. B	11. D	18. D	
5. A	12. B	19. C	24. B
6. B	13. B	20. C	
7. A	14. C	21. C	25. A

II parte: Desarrollo

1. Escoja UNO de los siguientes problemas y resuélvalo usando ecuaciones. Si resuelve los dos, se le calificará únicamente el primero que resuelva. (8 puntos)

A) *La suma de dos números es 14 y la de sus recíprocos es $\frac{7}{24}$. Escriba una ecuación que resuelva el problema anterior y determine los números.*

Solución: Sea x uno de los números. Como la suma de ambos es 14, el otro número es $14 - x$.

Como la suma de los recíprocos es $\frac{7}{24}$, se tiene que:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{14 - x} = \frac{7}{24}$$

Resolviendo la ecuación se tiene que:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{14 - x} = \frac{7}{24}$$

$$\Leftrightarrow \frac{14 - x + x}{x(14 - x)} = \frac{7}{24}$$

$$\Leftrightarrow \frac{14}{x(14 - x)} = \frac{7}{24}$$

$$\Leftrightarrow 14 \cdot 24 = 7x(14 - x)$$

$$\Leftrightarrow 48 = 14x - x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 14x + 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 6)(x - 8) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \quad \text{o} \quad x = 8$$

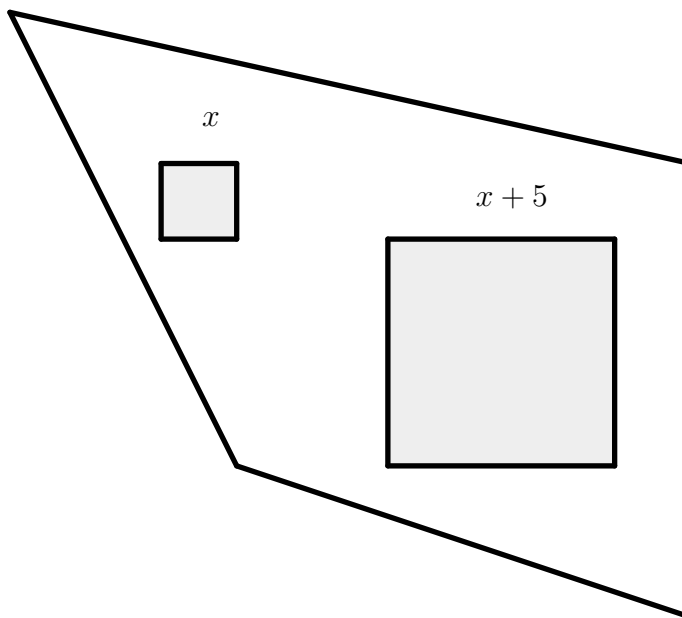
Note que:

- Si x es igual a 6, entonces $14 - x$ es 8.
- Si x es igual a 8, entonces $14 - x$ es 6.

Por lo tanto, los números buscados son 6 y 8.

- B) De una pieza de madera 1200 cm^2 se cortan dos piezas cuadradas, una de ellas con 5 cm más de lado que la otra. Si las partes de madera que sobran tienen un área de 83 cm^2 , ¿cuánto miden los lados de las piezas cuadradas cortadas?

Solución: Sea x la medida del lado del cuadrado más pequeño. Entonces, la medida del lado del otro cuadrado es $x + 5$.



Como el área total es de 1200 cm^2 y el área que queda, luego de quitar los cuadrados es 83 cm^2 ; entonces el área de los dos cuadrados juntos es $1200 - 83 = 1117 \text{ cm}^2$. Por lo tanto, se tiene que:

$$x^2 + (x + 5)^2 = 1117$$

Resolviendo la ecuación anterior:

$$x^2 + (x + 5)^2 = 1117$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x^2 + 10x + 25 = 1117$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 10x - 1092 = 0$$

Si $a = 2$, $b = 10$ y $c = -1092$, entonces $\Delta = 10^2 - 4 \cdot 2 \cdot -1092 = 8836$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{8836}}{4} = \frac{-10 \pm 94}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{84}{4} \quad \vee \quad x = \frac{-104}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 21 \quad \vee \quad x = -26$$

Como x es un valor positivo, se tiene que $x = 21$.

Finalmente, las piezas de los lados de los cuadrados miden 21 cm y 26 cm respectivamente.

2. Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación: (7 puntos)

$$2x^4 - 5x^3 - 3x^2 + 8x + 4 = 0$$

Solución:

Aplicando división sintética se obtiene:

2	-5	-3	8	4	
	-2	7	-4	-4	-1
2	-7	4	4	0	
	4	-6	-4		2
2	-3	-2	0		

$$2x^4 - 5x^3 - 3x^2 + 8x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x - 2)(2x^2 - 3x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x - 2)^2(2x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2 \vee x = \frac{-1}{2}$$

Por lo tanto, el conjunto solución es $S = \left\{ \frac{-1}{2}, -1, 2 \right\}$