

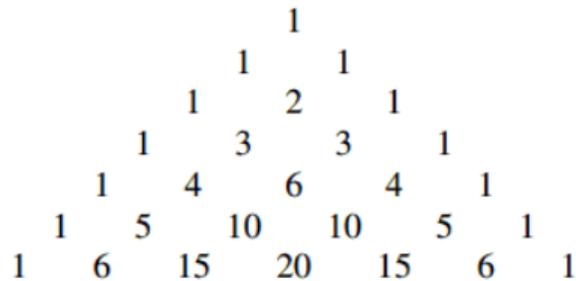


UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática



Precálculo
I Examen Parcial 2018



Nombre: _____

Colegio: _____

Código: _____

Fórmula: 1

Sábado 28 de abril

Instrucciones

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de dos partes, la primera de ellas es de selección única (32 puntos) y la segunda de desarrollo (20 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto. Fírmela en el espacio correspondiente utilizando bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
5. En los ítems de selección, usted deberá rellenar con **lápiz**, en la hoja de respuestas, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
6. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
7. En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente **bolígrafo** de tinta azul o negra indeleble.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna pregunta está desordenada, ésta no se calificará.
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. Las ecuaciones, a menos que se indique lo contrario, deben resolverse en el conjunto de los números reales.

Selección única

1. La expresión $\frac{5}{2 - \sqrt{x+2}}$ es equivalente a

A) $\frac{10 + 5\sqrt{x+2}}{2 - x}$

B) $\frac{10 + 5\sqrt{x+2}}{x - 2}$

C) $\frac{10 + 5\sqrt{x+2}}{6 - x}$

D) $\frac{10 - 5\sqrt{x+2}}{2 - x}$

2. La expresión $\frac{x - 8}{\sqrt[3]{x} - 2}$ es equivalente a

A) $\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{2} + 4$

B) $\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4$

C) $\sqrt[3]{x^2} - 4\sqrt[3]{x} + 4$

D) $\sqrt[3]{x^2} + 4\sqrt[3]{x} + 4$

3. ¿Cuántos factores lineales **distintos** tiene la expresión $4x^3 + 8x^2 + 5x + 1$?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

4. Al factorizar $a^2 - 4ax - b^2 + 4x^2$, uno de los factores es

A) $a - x - b$

B) $a + 2x - b$

C) $a + 2x + b$

D) $a - 2x + b$

5. Uno de los factores de $33xy - 9y - 30x^2y$ corresponde a

A) $5x + 3$

B) $2x + 1$

C) $3 - 5x$

D) $-1 - 2x$

6. La expresión $\frac{3m^2 - 12}{3m + 15} \div \frac{m + 2}{m^2 + 3m - 10}$ es equivalente a

A) 1

B) $m - 2$

C) $(m - 2)^2$

D) $\frac{(m + 2)^2}{(m + 5)^2}$

7. La expresión $\frac{-2 + \frac{1}{x}}{\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x}}$ es equivalente a

A) $x - 1$

B) $1 - x$

C) $\frac{1}{x-1}$

D) $\frac{1}{1-x}$

8. Una de las soluciones de la ecuación $6x^2 = 6x + 3$ es

A) $\frac{1 - \sqrt{3}}{2}$

B) $\frac{1 - \sqrt{3}}{4}$

C) $\frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$

D) $\frac{-1 - \sqrt{3}}{4}$

9. La suma de las soluciones de la ecuación $2x^2 - 7x = -3$ es igual a

A) $\frac{5}{2}$

B) $\frac{7}{2}$

C) $\frac{-5}{2}$

D) $\frac{-7}{2}$

10. Si una de las soluciones de la ecuación $kx^2 - 8x + (2k + 1)x - 20 = 0$ es $\frac{-5}{2}$, entonces la otra solución es
- A) 2
 - B) 4
 - C) -2
 - D) -4
11. ¿Cuántas soluciones reales **positivas** tiene la ecuación $x^2(x^2 + 1) = x^3 + x + 2(x^2 + 1)$?
- A) 0
 - B) 1
 - C) 2
 - D) 3
12. El conjunto solución de la ecuación $x^2(x + 1) - 1 = x$ es
- A) $\{1, 2\}$
 - B) $\{1, -1\}$
 - C) $\{1, -1, 2\}$
 - D) $\{1, -1, -2\}$
13. El conjunto solución de la ecuación $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$ tiene exactamente
- A) 4 soluciones reales.
 - B) 2 soluciones positivas.
 - C) 2 soluciones racionales.
 - D) 2 soluciones irracionales y 2 racionales.
14. El conjunto solución de $\frac{-1}{x+3} = \frac{-1}{x^2-9}$ es
- A) \emptyset
 - B) $\{4\}$
 - C) $\{-3, 4\}$
 - D) $\{-3, 3, 4\}$

15. El conjunto solución de $\frac{x^2}{x-3} + 2 = x$ es igual a

A) $\left\{\frac{-6}{5}\right\}$

B) $\left\{\frac{-5}{6}\right\}$

C) $\left\{\frac{5}{6}\right\}$

D) $\left\{\frac{6}{5}\right\}$

16. El conjunto solución de $\frac{x^2}{x-1} = \frac{1}{x-1}$ es igual a

A) \emptyset

B) $\{1\}$

C) $\{-1\}$

D) $\{-1, 1\}$

17. La ecuación $\left(\frac{2}{x+1} - 1\right)\left(x - \frac{1+3x}{x-1}\right) = 0$

A) no tiene soluciones.

B) tiene 1 solución real.

C) tiene 2 soluciones reales.

D) tiene 3 soluciones reales.

18. Si a es la solución de $\sqrt[3]{2x-1}=2$, con certeza se cumple que

A) $a \in]4, 6[$

B) $a \in]1, 3[$

C) $a \in]-\infty, 4[$

D) $a \in]5, +\infty[$

19. El conjunto solución de la ecuación $\sqrt{x^2 + 3} - 2 = 0$ es

- A) \emptyset
- B) $\{-1, 1\}$
- C) $\{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$
- D) $\{-\sqrt{5}, -1, 1, \sqrt{5}\}$

20. El conjunto solución de $\sqrt{3(x-1)} = \sqrt{-8+x}$ es igual a

- A) \emptyset
- B) \mathbb{R}
- C) $\left\{\frac{-5}{2}\right\}$
- D) $\mathbb{R} - \left\{\frac{-5}{2}\right\}$

21. La ecuación $\sqrt{(x-2)^2} = 9$

- A) no tiene soluciones reales.
- B) tiene 2 soluciones positivas.
- C) tiene 2 soluciones negativas.
- D) tiene 1 solución positiva y otra negativa.

22. Analice las siguientes ecuaciones:

$$I. |x + 3| + 2 = 0$$

$$II. |x^2| - 1 = 0$$

¿Cuál(es) de las ecuaciones anteriores tiene(n) soluciones reales?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

23. La inecuación $x^2 + 7x + 6 \leq 0$ tiene conjunto solución

- A) $[-6, -1]$
- B) $] - 6, -1[$
- C) $] - \infty, -6] \cup [-1, +\infty[$
- D) $] - \infty, -6[\cup] - 1, +\infty[$

24. El conjunto solución de $(2x + 3)^2 (x^2 + 5) - (5 - x) (2x + 3)^2 \leq 0$ es igual a

- A) $[-1, 0]$
- B) $[-1, 0] \cup \left\{ \frac{-3}{2} \right\}$
- C) $] - \infty, -1] \cup [0, +\infty[$
- D) $\left[\frac{-3}{2}, -1 \right] \cup [0, +\infty[$

25. Una solución de $-x^3 - 2x^2 + 5x + 6 < 0$ corresponde a

- A) 0
- B) $\frac{3}{2}$
- C) $\frac{-3}{2}$
- D) -2018

26. El conjunto solución de $\frac{(x+1)(x-4)}{3-x} \leq 0$ es igual a
- A) $[-1, 3[\cup [4, +\infty[$
 - B) $] -\infty, -1] \cup]3, 4[$
 - C) $[-4, -3[\cup [1, +\infty[$
 - D) $] -\infty, -1] \cup [4, +\infty[$
27. El conjunto solución de $\frac{x^2}{x+1} < \frac{1}{x+1}$ es igual a
- A) $] -1, 1[$
 - B) $] -\infty, 1[$
 - C) $] -1, 1[\cup]1, +\infty[$
 - D) $] -\infty, -1[\cup] -1, 1[$
28. El conjunto solución de $\frac{(x-1)^2(x-2)^4}{(3-x)^6} \leq 0$ es igual a
- A) \emptyset
 - B) $\{1, 2\}$
 - C) $\{1, 2, 3\}$
 - D) $[1, 2] \cup]3, +\infty[$
29. El conjunto solución de $\frac{x-3}{x} \leq 2$ es igual a
- A) $[-3, 0]$
 - B) $[-3, +\infty[$
 - C) $] -\infty, -3] \cup [0, +\infty[$
 - D) $] -\infty, -3] \cup]0, +\infty[$

30. El conjunto solución de $\frac{1}{2} \geq |3x - 2|$ es igual a

A) $\left[\frac{1}{2}, \frac{5}{6}\right]$

B) $\left]-\infty, \frac{5}{6}\right]$

C) $\left[\frac{-5}{6}, \frac{-1}{2}\right]$

D) $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{5}{6}, +\infty\right[$

31. El conjunto solución de $|\sqrt[3]{7} - x| \leq 0$ es

A) \emptyset

B) \mathbb{R}

C) $\{\sqrt[3]{7}\}$

D) $\mathbb{R} - \{\sqrt[3]{7}\}$

32. En \mathbb{R} , el conjunto solución de $-3 + \sqrt{(2x - 1)^2} \geq 0$ es igual a

A) \emptyset

B) $[-1, 2]$

C) $[2, +\infty[$

D) $]-\infty, -1] \cup [2, +\infty[$



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

Proyecto MATEM
Precálculo
I Examen Parcial 2018

Nombre: _____

Colegio: _____

Código: _____

Pregunta	Puntos
D1	
D2	
D3	

Fórmula: 1

Sábado 28 de abril

II parte: Desarrollo

1. Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación: (7 puntos)

$$\frac{x}{x-3} - \frac{4}{5-x} = \frac{-x^2 + 4x - 9}{x^2 - 8x + 15}$$

2. Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación:

(7 puntos)

$$\frac{(-x^2 - 4)(x + 3)^2(x - 5)}{(x - 1)^3(7 - x)} > 0$$

3. Resuelva el siguiente problema usando ecuaciones cuadráticas. (6 puntos)

El largo de una sala rectangular es 3 metros mayor que el ancho. Si el ancho se aumenta en 3 metros y el largo se aumenta en 2 metros, el área de la sala se duplica. Determine el área original de la sala.

Fin del examen



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

Proyecto MATEM-Precálculo I Examen Parcial 2018- Solucionario

Sábado 28 de abril

I parte: Selección única

- | | |
|-------|-------|
| 1. A | 17. C |
| 2. B | 18. A |
| 3. C | 19. B |
| 4. D | 20. A |
| 5. C | 21. D |
| 6. C | 22. B |
| 7. B | 23. A |
| 8. A | 24. B |
| 9. B | 25. C |
| 10. B | 26. A |
| 11. B | 27. D |
| 12. B | 28. B |
| 13. C | 29. D |
| 14. B | 30. A |
| 15. D | 31. C |
| 16. C | 32. D |

II parte: Desarrollo

1. Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación:

(7 puntos)

$$\frac{x}{x-3} - \frac{4}{5-x} = \frac{-x^2 + 4x - 9}{x^2 - 8x + 15}$$

Solución:

Note que las restricciones son $x \neq 3$, $x \neq 5$.

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-3} - \frac{4}{5-x} &= \frac{-x^2 + 4x - 9}{x^2 - 8x + 15} \\ \Leftrightarrow \frac{x}{x-3} - \frac{4}{5-x} &= \frac{-x^2 + 4x - 9}{(x-3)(x-5)} \\ \Leftrightarrow \frac{x}{x-3} - \frac{4}{5-x} &= \frac{x^2 - 4x + 9}{(x-3)(5-x)} \\ \Leftrightarrow \frac{x(5-x) - 4(x-3)}{(x-3)(5-x)} &= \frac{x^2 - 4x + 9}{(x-3)(5-x)} \\ \Leftrightarrow \frac{5x - x^2 - 4x + 12}{(x-3)(5-x)} &= \frac{x^2 - 4x + 9}{(x-3)(5-x)} \\ \Leftrightarrow -x^2 + x + 12 &= x^2 - 4x + 9 \\ \Leftrightarrow 0 &= 2x^2 - 5x - 3 \\ \Leftrightarrow 0 &= (2x+1)(x-3) \\ \Leftrightarrow 2x+1=0 \quad o \quad x-3=0 \\ \Leftrightarrow x = \frac{-1}{2} \quad o \quad x = 3 \end{aligned}$$

Como $x = 3$ es una restricción, el conjunto solución es $S = \left\{ \frac{-1}{2} \right\}$.

2. Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación:

(7 puntos)

$$\frac{(-x^2 - 4)(x + 3)^2(x - 5)}{(x - 1)^3(7 - x)} > 0$$

Solución:

Considere $P(x) = \frac{(-x^2 - 4)(x + 3)^2(x - 5)}{(x - 1)^3(7 - x)}$.

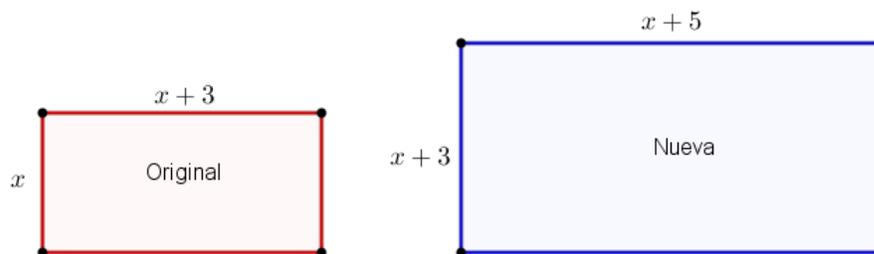
	$-\infty$	-3	1	5	7	$+\infty$
$-x^2 - 4$	-	-	-	-	-	-
$(x + 3)^2$	+	+	+	+	+	+
$x - 5$	-	-	-	+	+	+
$(x - 1)^3$	-	-	+	+	+	+
$7 - x$	+	+	+	+	-	-
$P(x)$	-	-	+	-	+	+

Por lo tanto, el conjunto solución es $]1, 5[\cup]7, +\infty[$.

3. Resuelva el siguiente problema usando ecuaciones cuadráticas. (6 puntos)

El largo de una sala rectangular es 3 metros mayor que el ancho. Si el ancho se aumenta en 3 metros y el largo se aumenta en 2 metros, el área de la sala se duplica. Determine el área original de la sala.

Solución:



Sea x el ancho de la sala original, entonces:

- $x + 3$: el largo de la sala original.
- $x + 3$: el ancho de la nueva sala.
- $x + 5$: el largo de la nueva sala.

Como el área se duplica, se tiene que:

$$\begin{aligned} \text{área nueva} &= 2 \cdot \text{área original} \\ \Leftrightarrow (x + 3)(x + 5) &= 2x(x + 3) \\ \Leftrightarrow x^2 + 8x + 15 &= 2x^2 + 6x \\ \Leftrightarrow 0 &= x^2 - 2x - 15 \\ \Leftrightarrow 0 &= (x - 5)(x + 3) \\ \Leftrightarrow x = 5 \text{ o } x = -3 \end{aligned}$$

Como x representa un número positivo, se tiene que $x = 5$; las dimensiones de la sala original son: 5 metros de ancho y 8 metros de largo.

Por lo tanto, el área de la sala original es 40 m^2 .