



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica



I EXAMEN PARCIAL 2014

PRECÁLCULO

-Décimo Año-

Nombre: _____ código: _____

Colegio: _____

Fórmula 1

Sábado 5 de abril de 2014

INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección única (27 puntos) y la segunda es de desarrollo (23 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En la parte de desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. **En los ítems de selección**, usted deberá rellenar con lápiz, **en la hoja de respuestas**, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, **sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**
7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente bolígrafo de tinta indeleble azul o negra.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará.**
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. Trabaje con calma. Le deseamos el mayor de los éxitos.

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 27 puntos)

1. Al simplificar la expresión $\frac{x^2 - x - 2}{(1+x)x^2 - 4(1+x)}$, para $x \neq -1, x \neq \pm 2$, se obtiene
- (A) $x + 2$
- (B) $\frac{1}{x+2}$
- (C) $(x+2)(x+1)$
- (D) $\frac{1}{(x+2)(x+1)}$
2. Una expresión equivalente a $\frac{x^3 - 1}{(1-x)^3}$, para $x \neq 1$, es
- (A) 1
- (B) -1
- (C) $\frac{x^2 + x + 1}{(x-1)^2}$
- (D) $-\frac{x^2 + x + 1}{(x-1)^2}$
3. El resultado de $\frac{x-1}{x-x^2} - \frac{x+1}{x}$, para $x \neq 1$ y $x \neq 0$, corresponde a
- (A) $\frac{-2-x}{x}$
- (B) $\frac{-2+x}{x}$
- (C) $\frac{2+x}{x}$
- (D) -1

4. El resultado de $\frac{(x^2 - 2x)^2}{x^3 - 4x^2 + 4x} \cdot \frac{2x + x^2}{x^2 + 4x + 4}$, para $x \neq 0$ y $x \neq \pm 2$, corresponde a

(A) $\frac{x^2}{x+2}$

(B) $\frac{x+2}{x^2}$

(C) $\frac{x+2}{x}$

(D) $\frac{x}{x+2}$

5. Al simplificar la expresión $\frac{1 - \frac{2}{a}}{1 - 4a^{-2}}$, para $a \neq \pm 2$ y $a \neq 0$, se obtiene

(A) $\frac{a+2}{a}$

(B) $\frac{a}{a+2}$

(C) $\frac{a}{a-2}$

(D) $1 - \frac{2}{a}$

6. La solución de la ecuación $y\sqrt{3} = 12 - y$ corresponde a

(A) 6

(B) $4\sqrt{3}$

(C) $\frac{12}{\sqrt{3}-1}$

(D) $6(\sqrt{3}-1)$

7. El conjunto solución de $x - |2x + 1| = x - 4$ corresponde a

(A) $\{ \}$

(B) \mathbb{R}

(C) $\left\{ \frac{3}{2} \right\}$

(D) $\left\{ \frac{3}{2}, -\frac{5}{2} \right\}$

8. De las siguientes ecuaciones:

I. $|-5x - 7| + 9 = 0$

II. $-|5x + 7| = -9$

¿Cuáles tienen soluciones reales?

(A) Solamente I

(B) Solamente II

(C) Ninguna

(D) Ambas

9. El conjunto solución de la ecuación $(2x + 1)(2x + 3) + (2x + 1)(x - 1) = 0$ corresponde a

(A) $\left\{ -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, 1 \right\}$

(B) $\left\{ \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -1 \right\}$

(C) $\left\{ -\frac{1}{2}, -\frac{2}{3} \right\}$

(D) $\left\{ \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right\}$

10. Una solución de la ecuación $-3y^2 + 7 - y = 0$ es

(A) $\frac{1 + \sqrt{85}}{6}$

(B) $\frac{-1 + \sqrt{85}}{6}$

(C) $\frac{1 - \sqrt{83}}{6}$

(D) $\frac{1 + \sqrt{83}}{6}$

11. ¿Cuántas soluciones reales positivas tiene la ecuación $2x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 5x + 10 = 0$?

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

12. El conjunto solución de la ecuación $(-2y - 3)^3 + 25(-2y - 3) = 0$ es

(A) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$

(B) $\left\{-\frac{3}{2}\right\}$

(C) $\left\{-\frac{3}{2}, 4, -1\right\}$

(D) $\left\{-\frac{3}{2}, 1, -4\right\}$

13. La cantidad de elementos del conjunto solución de $\frac{9-x^2}{(x-2)(x+3)}=0$ corresponde a

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3

14. Si a es una constante negativa, una solución de la ecuación $\frac{x^2-a^2}{x-a}=1$ corresponde a

- (A) a
- (B) $-a$
- (C) $1-a$
- (D) $1+a$

15. El conjunto solución de $\sqrt{x^4+4x^2+4}=4$ es

- (A) $\{\sqrt{2}\}$
- (B) $\{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$
- (C) $\{\sqrt{6}, -\sqrt{6}\}$
- (D) $\{-1-\sqrt{3}, -1+\sqrt{3}\}$

16. Considere las siguientes igualdades:

I. $\sqrt{x^2 + 4} = x + 2$

II. $\sqrt{(x+2)^2} = |x+2|$

III. $\sqrt[3]{(x+2)^3} = x+2$

¿Cuáles de ellas son identidades?

- (A) Solamente I y II
- (B) Solamente I y III
- (C) Solamente II y III
- (D) Solamente III

17. Si k es una constante, para que la ecuación $3x + 2k - 5x^2 = 0$ tenga una única solución real debe suceder que

- (A) $60 + 4k^2 = 0$
- (B) $9 + 40k > 0$
- (C) $4k^2 = -60$
- (D) $40k = -9$

18. ¿Cuántos números reales cumplen con la siguiente propiedad?

“Si al cuadrado de un número se le resta el cuádruplo del opuesto del número se obtiene como resultado -4 ”

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3

19. En un rectángulo de $\frac{3}{4}$ cm² de área, el largo mide 1cm más que el ancho. El perímetro de ese cuadrilátero es

- (A) 1,5 cm
- (B) 2,5 cm
- (C) 3 cm
- (D) 4 cm

20. Si p es un número real negativo entonces el conjunto solución de $4x - px + p \geq 0$ es

(A) $\left[\frac{p}{4-p}, +\infty \right[$

(B) $\left[\frac{p}{p-4}, +\infty \right[$

(C) $\left] -\infty, \frac{p}{4-p} \right]$

(D) $\left] -\infty, \frac{p}{p-4} \right]$

21. ¿Cuáles de las siguientes inecuaciones tienen como conjunto solución a \mathbb{R} ?

I. $|2x+1| > -4$

II. $-|2x+1| \leq 0$

- (A) Solamente II
- (B) Solamente I
- (C) Ninguna
- (D) Ambas

22. La inecuación $|3x+4| > 2$ es equivalente a

- (A) $-2 < 3x+4 < 2$
- (B) $-2 < 3x+4$ ó $3x+4 < 2$
- (C) $2 < 3x+4$ ó $3x+4 < -2$
- (D) $2 < 3x+4$ ó $-3x-4 > -2$

23. El conjunto solución de $-2x^2 - 3x + 5 > 0$ es

- (A) $]-\frac{5}{2}, 1[$
- (B) $]-1, \frac{5}{2}[$
- (C) $]-\infty, -1[\cup]\frac{5}{2}, +\infty[$
- (D) $]-\infty, -\frac{5}{2}[\cup]1, +\infty[$

24. El conjunto solución de $x^2 - 3x < -4$ corresponde a

- (A) $]-1, 4[$
- (B) $]-4, 1[$
- (C) \mathbb{R}
- (D) \emptyset

25. El conjunto solución de $-\frac{1}{x} \leq 1$ corresponde a
- (A) $[-1, +\infty[$
 - (B) $[-1, +\infty[- \{0\}$
 - (C) $] -\infty, -1] \cup]0, +\infty[$
 - (D) $[-1, 0[$
26. El conjunto solución de la inecuación $25 - (x^2 - 4x)^2 > 0$ corresponde a
- (A) $] -1, 5[$
 - (B) $] -5, 1[$
 - (C) $] -\infty, -5[\cup]1, +\infty[$
 - (D) $] -\infty, -1[\cup]5, +\infty[$
27. El conjunto solución de $x^3 - x^2 - 5x > 0$ corresponde a
- (A) $\left] \frac{1-\sqrt{21}}{2}, \frac{1+\sqrt{21}}{2} \right[$
 - (B) $\left] -\infty, \frac{1-\sqrt{21}}{2} \right[\cup \left] \frac{1+\sqrt{21}}{2}, +\infty \right[$
 - (C) $\left] \frac{1-\sqrt{21}}{2}, 0 \right[\cup \left] \frac{1+\sqrt{21}}{2}, +\infty \right[$
 - (D) $\left] \frac{-1-\sqrt{21}}{2}, 0 \right[\cup \left] \frac{-1+\sqrt{21}}{2}, +\infty \right[$

Fin de la primera parte



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica



I EXAMEN PARCIAL 2014

PRECÁLCULO

-Décimo Año-

NOMBRE COMPLETO: _____

COLEGIO: _____

CÓDIGO: _____

SEGUNDA PARTE. DESARROLLO (Valor 23 puntos)

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los ejercicios que se le plantean a continuación. Deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

PREGUNTA	Valor	Puntos obtenidos
1	5 puntos	
2	6 puntos	
3	7 puntos	
4	5 puntos	
TOTAL	23 puntos	

1. (5 puntos) Racionalice el denominador de la siguiente fracción y simplifique al máximo el resultado.

$$\frac{x + x^4}{\sqrt{x^2 - 3x - 2}}$$

2. (6 puntos) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$(5 - 2\sqrt{x+1})\sqrt{4-x} = 5 - 2\sqrt{x+1}$$

3. (7 puntos) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación:

$$\left(\frac{2x}{x-2}-1\right)\left(1-\frac{4x}{x^2+4}\right)\geq 0$$

4. (5 puntos) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación:

$$1 - \sqrt[4]{(2x+1)^4} > -6$$



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica



I EXAMEN PARCIAL 2014

PRECÁLCULO

-Décimo Año-

SOLUCIÓN PRIMERA PARTE. SELECCIÓN (Valor 27 puntos)

1	B	4	A	7	D	10	B	13	B	16	C	19	D	22	C	25	C
2	D	5	B	8	B	11	C	14	C	17	D	20	B	23	A	26	A
3	A	6	D	9	C	12	B	15	B	18	B	21	D	24	D	27	C

SOLUCIÓN SEGUNDA PARTE. DESARROLLO (Valor 23 puntos)

1. (5 puntos) Racionalice el denominador de la siguiente fracción y simplifique al máximo el resultado.

$$\begin{aligned}
 & \frac{x + x^4}{\sqrt{x^2 - 3x} - 2} \\
 &= \frac{x + x^4}{\sqrt{x^2 - 3x} - 2} \cdot \frac{\sqrt{x^2 - 3x} + 2}{\sqrt{x^2 - 3x} + 2} \\
 &= \frac{x(1 + x^3)(\sqrt{x^2 - 3x} + 2)}{x^2 - 3x - 4} \\
 &= \frac{x(1 + x)(1 + x + x^2)(\sqrt{x^2 - 3x} + 2)}{(x - 4)(x + 1)} \\
 &= \frac{x(1 + x + x^2)(\sqrt{x^2 - 3x} + 2)}{x - 4}
 \end{aligned}$$

2. (6 puntos) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
 (5 - 2\sqrt{x+1})\sqrt{4-x} &= (5 - 2\sqrt{x+1}) \\
 (5 - 2\sqrt{x+1})\sqrt{4-x} - (5 - 2\sqrt{x+1}) &= 0 \\
 (\sqrt{4-x} - 1)(5 - 2\sqrt{x+1}) &= 0 \\
 \sqrt{4-x} - 1 = 0 \quad \text{ó} \quad 5 - 2\sqrt{x+1} &= 0 \\
 \sqrt{4-x} = 1 \quad \text{ó} \quad 5 = 2\sqrt{x+1} \\
 4 - x = 1 \quad \text{ó} \quad 25 = 4(x+1) \\
 4 - 1 = x \quad \text{ó} \quad \frac{25}{4} - 1 = x \\
 3 = x \quad \text{ó} \quad \frac{21}{4} = x
 \end{aligned}$$

Para que $\sqrt{4-x}$ y $\sqrt{x+1}$ estén bien definidas en el conjunto de los números reales se debe cumplir que $x \leq 4$ y $x \geq -1$. Por lo que se descarta la solución $5,25 = \frac{21}{4} = x$.

Al probar $3 = x$ se verifica que sí es solución:

$$\begin{aligned}
 (5 - 2\sqrt{4})\sqrt{1} &= (5 - 2\sqrt{4}) \\
 1 &= 1
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, el conjunto solución de la ecuación es $S = \{3\}$.

3. (7 puntos) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación:

$$\left(\frac{2x}{x-2} - 1\right)\left(1 - \frac{4x}{x^2+4}\right) \geq 0$$

$$\frac{2x-x+2}{x-2} \cdot \frac{x^2+4-4x}{x^2+4} \geq 0$$

$$\frac{x+2}{x-2} \cdot \frac{(x-2)^2}{x^2+4} \geq 0$$

$$\frac{(x+2)(x-2)}{x^2+4} \geq 0 \quad x \neq 2$$

$$(x+2)(x-2) \geq 0 \quad \text{pues } x^2+4 > 0$$

$$x^2 - 4 \geq 0 \quad x \neq 2$$

$$x^2 \geq 4 \quad x \neq 2$$

$$\sqrt{x^2} \geq \sqrt{4} \quad x \neq 2$$

$$|x| \geq 2 \quad x \neq 2$$

$$x \leq -2 \quad \text{ó} \quad x > 2$$

$$S =]-\infty, -2] \cup]2, +\infty[$$

4. (5 puntos) Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación:

$$1 - \sqrt[4]{(2x+1)^4} > -6$$

$$1 - |2x+1| > -6$$

$$7 > |2x+1|$$

$$-7 < 2x+1 < 7$$

$$-8 < 2x < 6$$

$$-4 < x < 3$$

$$S =]-4, 3[$$