



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

Primer Examen Parcial Pre-Cálculo

16 DE ABRIL DE 2016

DURACIÓN: 3 HORAS
PUNTAJE: 50 PUNTOS

Instrucciones Generales:

1. Lea cuidadosamente cada instrucción y pregunta antes de contestar.
2. Esta es una prueba consta de tres partes: respuesta corta, selección única y de desarrollo.
3. Las expresiones algebraicas que se presentan en este examen se asumen bien definidas en \mathbb{R}
4. En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento necesario para obtener su solución.
5. Escriba con bolígrafo de tinta indeleble azul o negra. No proceden reclamos sobre pruebas escritas con lápiz o que presenten alguna alteración.
6. No se permite el uso de celulares.
7. Si algún procedimiento está desordenado, no se calificará.
8. La calculadora que puede utilizar es aquella que contiene solo las operaciones básicas.
9. La prueba debe resolverse individualmente.

Nombre: _____ Código: _____

Colegio: _____

Selección Única.

Total de puntos 22

A continuación se le presentan 20 enunciados, cada uno con cuatro opciones de respuesta de las cuales solo una es correcta. Marque una equis (x) sobre la letra que antecede a la opción que completa de forma correcta cada enunciado.

1. La factorización al máximo de la expresión $a^{m+2} - a^{m-1}$ es:

a) $a^{m-1}(a-1)(a^2+a+1)$

b) $a^{m-1}(a-1)(a^2-a+1)$

c) $a^{m+2}(1-a)(1+a+a^2)$

d) $a^{m+2}(1-a)(1-a+a^2)$

2. Uno de los factores que se obtiene en al factorizar $x^2 - xy + xz - x + y - z$ corresponde a:

a) $x - y$

b) $x - z$

c) $-x + y - z$

d) $x - y + z$

3. Considere las siguientes afirmaciones:

I. $4x^2 + 9$ no es factorizable en \mathbb{R}

II. $z^6 + 64$ no es factorizable en \mathbb{R}

III. $y^4 + 4y^2 + 4$ es factorizable en \mathbb{R}

De las afirmaciones anteriores son verdaderas:

a) I y III

b) I y II

c) II y III

d) Solo I

4. Al racionalizar el denominador de $\frac{3 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$ y simplificar su resultado se obtiene:

a) $4\sqrt{2} - 5$

b) $1 - 2\sqrt{2}$

c) $5 - 4\sqrt{2}$

d) $2\sqrt{2} - 1$

5. Al simplificar al máximo la expresión $\frac{3^{-5}n^{-3}a^5}{27^{-2}n^{-2}a^3}$ se obtiene:

a) $\frac{a^2}{n}$

b) $\frac{3a^2}{n}$

c) $\frac{a^2}{n^5}$

d) $\frac{a^2}{3n^5}$

6. Al efectuar la operación $\frac{x}{xy - y^2} - \frac{1}{y}$ se obtiene:

a) $\frac{1}{y - x}$

b) $\frac{2x - y}{x - y}$

c) $\frac{2x - y}{y - x}$

d) $\frac{1}{x - y}$

7. Al dividir el polinomio $P(x)$ por $x - 2$ el cociente es $x^2 + 2x + 1$ y el residuo es 5. Se puede afirmar con certeza que:

a) $\frac{P(x)}{x - 2} = (x^2 + 2x + 1) + 5$

b) $\frac{P(x)}{x - 2} = \frac{(x^2 + 2x + 1) + 5}{x - 2}$

c) $\frac{P(x)}{x - 2} = x^2 + 2x + 1 + \frac{5}{x - 2}$

d) $\frac{P(x)}{x - 2} = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 2} + 5$

8. La suma de las edades de A , B y C es 69 años. La edad de A es el doble que la de B y es 6 años mayor que C . Si x representa la edad de B , entonces una ecuación que permite calcular las edades de A , B y C es:

a) $5x + 6 = 69$

b) $5x - 6 = 69$

c) $2x - 6 = 69$

d) $2x + 6 = 69$

9. Al despejar A en la expresión $\frac{1}{C} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B}$ se obtiene por resultado:

a) $C - B$

b) $\frac{1}{C - B}$

c) $\frac{BC}{B - C}$

d) $\frac{B - C}{BC}$

10. El conjunto solución de la ecuación $|4 - 2x| - 3 = 0$ es:

a) $\left\{\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right\}$

b) $\left\{\frac{7}{2}\right\}$

c) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

d) \emptyset

11. Los valores de k para que la ecuación $4kx^2 - 2kx + 1 = 0$ tenga dos soluciones iguales son:

a) 0 y 8

b) solo 1

c) 4 y 0

d) solo 4

12. La ecuación $\sqrt{2x + 6} - 3x = 5$ tiene:

a) una única solución y es entera

b) una única solución y es irracional

c) dos soluciones reales

d) cero soluciones reales

13. Una ecuación equivalente a $\sqrt{x - \sqrt{x}} - 2 = 3$ es:

a) $x - \sqrt{x} - 4 = 9$

b) $x - \sqrt{x} + 4 = 9$

c) $x - 25 = \sqrt{x}$

d) $x - \sqrt{x} = 5$

14. Si dos circunferencias de radios R y r son exteriores entonces para la distancia d entre sus centros se cumple que:

a) $d < R + r$

b) $d < R - r$

c) $d > R - r$

d) $d > R + r$

15. El diámetro de una circunferencia que tiene su centro en el punto $(4, 3)$ y que es tangente al eje Y es igual a:

a) 6

b) 8

c) 9

d) 16

16. Si los extremos de un diámetro de una circunferencia son los puntos $(-1, 1)$ y $(4, 13)$ entonces el radio de la circunferencia es:

a) $\frac{13}{2}$

b) $\frac{\sqrt{205}}{2}$

c) 13

d) $\frac{\sqrt{153}}{2}$

17. ¿Cuál es la ecuación de una circunferencia cuyo radio mide 4cm y el centro es el punto $(2, 0)$?

a) $x^2 - 4x + y^2 = 0$

b) $x^2 + 4x + y^2 = 0$

c) $x^2 - 4x + y^2 = 12$

d) $x^2 + 4x + y^2 = 12$

18. El valor de k para que la recta $kx - 3y = 10$ sea paralela a $2x + 3y = 6$ es

a) 2

b) $-\frac{2}{3}$

c) -2

d) $\frac{3}{2}$

19. Si los vértices del triángulo ABC son $A(0, 0)$, $B(0, 4)$ y $C(6, 0)$ entonces la pendiente de la mediana correspondiente a \overline{BC} es:

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{2}$

c) $-\frac{2}{3}$

d) $-\frac{3}{2}$

20. Considere las siguientes afirmaciones:

I. La parábola $y = 3x - x^2 + 1$ es cóncava hacia abajo.

II. El eje de simetría de la parábola $y = 4 + 3x - 2x^2$ es $x = -\frac{3}{4}$

III. La parábola $y = 4x^2 - 3x + 1$ no interseca al eje X

De las afirmaciones anteriores son verdaderas:

a) I y II

b) II y II

c) I y III

d) Solo III

21. Si (a, b) es un punto de la parábola $y = 3 - (x - 2)^2$ se puede asegurar con certeza que:

a) $a \geq -2$

b) $a \leq -2$

c) $b \geq 3$

d) $b \leq 3$

22. La parábola de ecuación $y = ax^2 + 3b$ contiene los puntos $(0, -9)$ y $(1, -2)$ ¿Cuál es el valor de $a + b$?

a) -14

b) -7

c) 3

d) 4

Respuesta Corta.

Total de puntos 10

Complete las siguientes afirmaciones con la información que se le solicita.

1. ¿Cuál es la factorización completa de la expresión $81 - (3x - y)^2$?

2. ¿Cuál es la factorización completa de la expresión $6p^2 - 7pq + 2q^2$?

3. ¿Cuál es la expresión que se obtiene al simplificar al máximo la expresión $\left(\frac{15x^2yz^3}{7xy^3}\right)\left(\frac{21x^3}{5z^3}\right)$?

4. ¿Cuál es la expresión que se obtiene al simplificar al máximo la expresión $\frac{5m^2}{7n^3} : \frac{10m^4}{14n^4}$?

5. Si M es el punto medio de \overline{AB} con $M(1, 3)$ y $B(3, 6)$, ¿cuáles son las coordenadas de A ?

6. Proponga un ejemplo de la ecuación de una parábola que sea cóncava hacia arriba

7. ¿Cuál es la distancia entre los puntos $(-6, -1)$ y $(5, 4)$?

8. ¿Cuáles son los puntos de intersección de la curva definida por $y = 2x^2 + 5x - 3$ con el eje X ?

9. ¿Cuál es la ecuación de una recta que pasa por $(-5, 4)$ e interseca al eje X en $(2, 0)$?

10. Si la distancia d entre los centros de dos circunferencias es $d = 0$, ¿cuál es el nombre que reciben dichas circunferencias?
-

Desarrollo.

Total de puntos 18

A continuación se le presentan 3 ejercicios. Resuélvalos en forma clara, correcta y ordenada. Deben aparecer todos los procedimientos necesarios para resolver cada ejercicio.

1. Simplifique al máximo la siguiente expresión.

7 puntos

$$\frac{x^4 - 1}{x^3 - 1} \left[1 - \frac{x}{(x + 1)^2} \right] : \left(x + \frac{1}{x} \right)$$

2. Determine el conjunto solución de la ecuación

$$\frac{3x - 3}{x + 1} + \frac{2x + 2}{x - 4} = \frac{5x^2 - 5x + 17}{x^2 - 3x - 4}$$

6 puntos

3. Resuelva el siguiente problema

Si el mayor de dos números se divide por el menor, el cociente es 2 y el residuo es 9 y si el triple del menor se divide por el mayor el cociente es 1 y el residuo 14.

Calcule los números que cumplen la relación anterior.

5 puntos