Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
Matemática para la Enseñanza Media

MATEM
Matemática Para la Enseñanza Media

Sesión Virtual 5:
DERIVADAS - II PARTE

Contenidos

- Reglas de derivación (suma, resta, multiplicación y división)
- Derivadas de funciones trigonométricas.
- Derivadas de funciones exponenciales.
- Regla de la cadena.

Nociones básicas de derivación

La derivada en un punto

Para indicar que se evalue la derivada en un valor $x = a$ se utiliza la siguiente notación:

$$y'(a) = y'|_{x=a} \qquad f'(a) = f'|_{x=a} \qquad \frac{dy}{dx}(a) = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=a}$$

Algunas reglas de derivadas

- $[k]' = 0$ con $k \in \mathbb{R}$
- $[x^n]' = n \cdot x^{n-1}$ con $n \in \mathbb{R}$
- $[k \cdot f(x)]' = k \cdot f'(x)$ con $k \in \mathbb{R}$
- $[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x)$
- $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
- $[f(x) \cdot g(x) \cdot h(x)]' = f'(x) \cdot g(x) \cdot h(x) + f(x) \cdot g'(x) \cdot h(x) + f(x) \cdot g(x) \cdot h'(x)$
- $\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]' = \dfrac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$

Regla de la cadena

Esta regla se utiliza para derivar la composición de funciones:

- $\dfrac{d}{dx}[f(g(x))] = f'(g(x)) \cdot g'(x)$
- $\dfrac{d}{dx}\left[f\Big(g\big(h(x)\big)\Big)\right] = f'\Big(g\big(h(x)\big)\Big) \cdot g'\big(h(x)\big) \cdot h'(x)$

Reglas de Derivación + Regla de la Cadena

- $(x^n)' = nx^{n-1}, n \in \mathbb{R}$
- $(f(x)^n)' = n \cdot f(x)^{n-1} \cdot f'(x)$
- $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
- $\left(\sqrt{f(x)}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{f(x)}} \cdot f'(x)$

Funciones trigonométricas

- $(\operatorname{sen}(x))' = \cos(x)$
- $(\cos(x))' = -\operatorname{sen}(x)$
- $(\tan(x))' = \sec^2(x)$
- $(\csc(x))' = -\csc(x)\cot(x)$
- $(\sec(x))' = \sec(x)\tan(x)$
- $(\cot(x))' = -\csc^2(x)$
- $[\operatorname{sen}(f(x))]' = \cos(f(x)) \cdot f'(x)$
- $[\cos(f(x))]' = -\operatorname{sen}(f(x)) \cdot f'(x)$
- $[\tan(f(x))]' = \sec^2(f(x)) \cdot f'(x)$
- $[\csc(f(x))]' = -\csc(f(x)) \cdot \cot(f(x)) \cdot f'(x)$
- $[\sec(f(x))]' = \sec(f(x)) \cdot \tan(f(x)) \cdot f'(x)$
- $[\cot(f(x))]' = -\csc^2(f(x)) \cdot f'(x)$

Funciones exponenciales

- $(e^x)' = e^x$
- $\left(e^{f(x)}\right)' = e^{f(x)} \cdot f'(x)$
- $(a^x)' = a^x \ln(a)$
- $\left(a^{f(x)}\right)' = a^{f(x)} \ln(a) \cdot f'(x)$

Tipo Desarrollo

Ejemplo 1 Parcial 2015

En cada uno de los siguientes casos determine $\frac{dy}{dx}$. No es necesario simplificar.

.

- $y = \dfrac{\operatorname{sen}^4\left(e^{2x^3}\right)}{x^2+1}$.

- $y = \left[\sec\left(x^2+2x\right)\cdot\sqrt[5]{x^3-x}\right]^3$

Tipo Desarrollo

Ejemplo 2 Parcial 2017

En cada uno de los siguientes casos determine y'. No es necesario simplificar.

.

- $y = x \cdot \sqrt{2x+1} \cdot \cos\left(e^x\right)$.

- $y = \csc^2\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)$

Tipo Desarrollo

Ejemplo 3 Parcial 2018

En cada uno de los siguientes casos determine la primera derivada de f. No es necesario simplificar.

.

- $f(x) = \sec^2\left[\cos\left(x^2 - 3x\right) + e^{2x}\right]$.

- $f(x) = \sqrt[3]{\dfrac{1 - \tan(x)}{1 + e^{5x}}}$

Tipo Desarrollo

Ejemplo 4 Parcial 2019

En cada uno de los siguientes casos determine la primera derivada. No es necesario simplificar.

.

- $y = \cos\left(2^{x^2} + e^{\operatorname{sen}(x)}\right)$.

- $y = \left[\sqrt[3]{x^3 - x} \cdot \sec\left(x^2 + 2x\right)\right]^3$