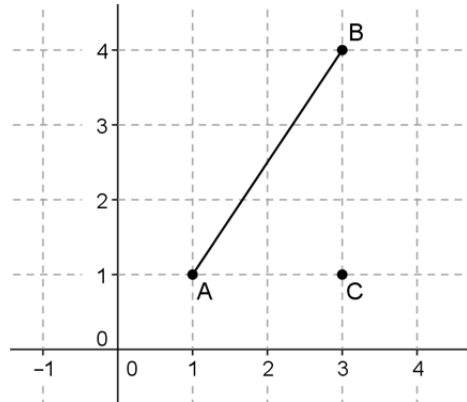
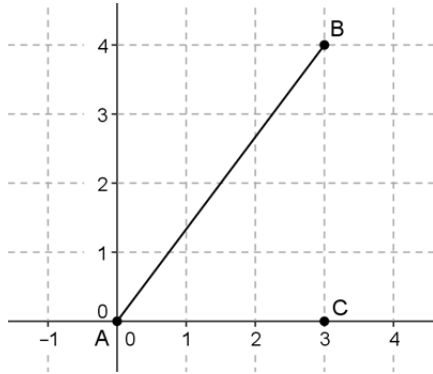


## Problemas de geometría analítica

Tomados del libro Geometría Moderna de Moise y Downs

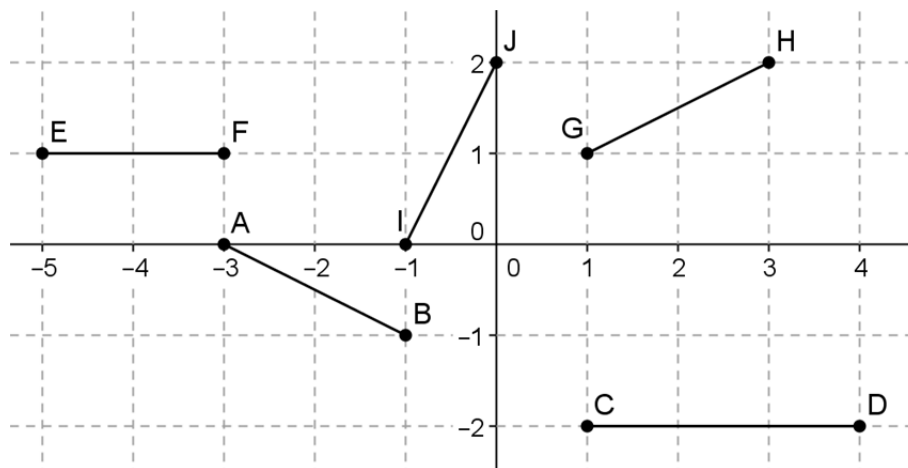
1. Conteste para cada figura las preguntas siguientes:



- ¿Cuáles son las coordenadas de  $A$ ,  $B$  y  $C$ ?
- ¿Cuánto es  $BC$ ? ¿Cuánto es  $AB$ ?
- ¿Cuál es la pendiente de  $\overline{AC}$ ?

2. Dibuje un sistema de ejes coordenados. Ubique cuatro puntos  $A, B, C$  y  $D$ , que tengan 3 como coordenada  $x$ . Ubique cuatro puntos  $P, Q, R$  y  $S$ , que tengan -2 como coordenada  $y$ . Marque cada punto con sus coordenadas.

3. Calcule la pendiente de cada segmento indicado en la siguiente figura:



4. ¿Qué pares de puntos dados a continuación determinarán rectas horizontales?  
¿Cuáles, rectas verticales?

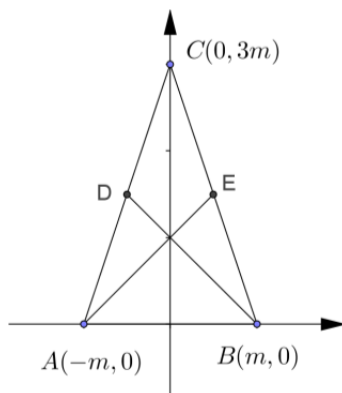
- |                     |                    |
|---------------------|--------------------|
| (a) (5,7) y (-3,7)  | (f) (4,7) y (-2,6) |
| (b) (2,4) y (2,-1)  | (g) (0,0) y (0,5)  |
| (c) (5,2) y (-3,5)  | (h) (0,6) y (3,0)  |
| (d) (0,-1) y (4,-1) | (i) (a,b) y (a,c)  |
| (e) (3,3) y (-3,3)  | (j) (a,b) y (c,b)  |

5. Utilice la fórmula del punto medio para calcular las coordenadas del punto medio del segmento determinado por cada uno de los siguientes pares de puntos:

- |                     |  |
|---------------------|--|
| (a) (6,0) y (10,2)  | (e) $(\sqrt{2}, -\sqrt{3})$ y $(\sqrt{18}, \sqrt{75})$           |
| (b) (5,7) y (11,17) | (f) $(\frac{5}{4}, -\frac{5}{3})$ y $(\frac{3}{4}, \frac{2}{3})$ |
| (c) (12,3) y (3,2)  | (g) (a,0) y (0,b)  |
| (d) (-5,6) y (6,-5) | (h) (a,b) y (c,d)  |

6. Si los vértices de un triángulo son A(5,-1), B(1,5) y C(-3,1), ¿cuáles son las longitudes de sus medianas?
7. Los vértices de un cuadrilátero son A(0,0), B(5,1), C(7,4) y D(2,3). Demostrar que las diagonales tienen el mismo punto medio. ¿Es el cuadrilátero un paralelogramo? ¿Por qué?
8. Se dan P(-3,-4), M(b,-1) y Q(7,b). Determinar b de manera que M sea el punto medio de  $\overline{PQ}$ .
9. Se dan G(-5,8), K(2,a) y H(b,1). Determinar a y b de manera que K sea el punto medio de  $\overline{GH}$ .
10. Un segmento tiene punto medio M(3,-5) y un extremo es A(2,-4). ¿Cuáles son las coordenadas del extremo B?
11. Se da el cuadrilátero cuyos vértices son A(3,-2), B(-3,4), C(1,8) y D(7,4). W, X, Y y Z son los puntos medios de  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  y  $\overline{DA}$ , respectivamente.
- (a) Calcule las coordenadas de W, X, Y y Z.  
(b) Calcule el perímetro del  $\square WXYZ$   
(c) Calcule las pendientes de  $\overline{WX}$  y  $\overline{YZ}$ .

12. Demostrar que si  $P(2,1)$ ,  $Q(7,4)$ ,  $R(4,9)$  y  $S(-1,6)$  son los vértices de un  $\square PQRS$ , entonces sus diagonales tienen el mismo punto medio y son perpendiculares entre sí.
13. Mediante coordenadas, demostrar que dos de las medianas de un triángulo con vértices  $(m,0)$ ,  $(-m,0)$  y  $(0,3m)$  son perpendiculares entre sí.



14. las rectas  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  y  $L_4$  tienen pendientes  $\frac{2}{3}$ ,  $-4$ ,  $-1\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ , respectivamente. ¿Qué pares de rectas son perpendiculares?
15. Considere los puntos  $A(-1,5)$ ,  $B(5,1)$ ,  $C(6,-2)$ ,  $D(0,2)$ . Calcule las pendientes de  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{CD}$  y  $\overrightarrow{AD}$ . ¿Es  $\square ABCD$  un paralelogramo?
16. Los vértices de un triángulo son  $A(16,0)$ ,  $B(9,2)$ ,  $C(0,0)$ .  
 (a) ¿Cuáles son las pendientes de sus lados?  
 (b) ¿Cuáles son las pendientes de sus alturas?
17. Se dan los puntos  $E(-4,0)$ ,  $G(3,5)$  y  $K(8,-2)$ . Verifique que el producto de la pendiente de  $\overrightarrow{EG}$  y la de  $\overrightarrow{GK}$  es  $-1$ .
18. Demostre que el cuadrilátero de vértices  $A(-2,2)$ ,  $B(2,-2)$ ,  $C(4,2)$  y  $D(2,4)$  es un trapecio con diagonales perpendiculares.
19. Se dan los puntos  $W(0,3)$ ,  $X(6,4)$ ,  $Y(12,-3)$  y  $Z(-2,-12)$ . ¿Cuáles dos rectas determinadas por esos puntos son perpendiculares? justifique su respuesta.
20. Demostrar que el triángulo cuyos vértices son  $H(-12,1)$ ,  $K(9,3)$  y  $M(11,-18)$  es un triángulo rectángulo.
21. Demostrar que la recta que pasa por los puntos  $(3n, 0)$  y  $(0,7n)$  es paralela a la que pasa por los puntos  $(0,21n)$  y  $(9n, 0)$ .

22. Si la recta que contiene los puntos  $(-8, m)$  y  $(2, 1)$  es paralela a la recta que contiene a los puntos  $(11, -1)$  y  $(7, m + 1)$ , ¿Cuál debe ser el valor de  $m$ ?
23. ¿Para que valores de  $k$  será la recta determinada por los puntos  $(k, 3)$  y  $(-2, 1)$  paralela a la que pasa por  $(5, k)$  y  $(1, 0)$ ?
24. Se dan los puntos  $P(1, 2)$ ,  $Q(5, -6)$  y  $R(b, b)$ . Determine el valor de  $b$  tal que el  $\angle PQR$  sea un ángulo recto.
25. Calcular las pendientes de las seis rectas determinadas por los puntos  $A(-5, 4)$ ,  $B(3, 5)$ ,  $C(7, -2)$  y  $D(-1, -3)$ . Demuestre que el  $\square ABCD$  es un rombo.
26. Utilice la fórmula de la distancia para determinar la distancia entre los siguientes pares de puntos.
- |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|
| a. $(0, 0)$ y $(3, 4)$    | e. $(3, 8)$ y $(-5, -7)$  |
| b. $(0, 0)$ y $(3, -4)$   | f. $(-2, 3)$ y $(-1, 4)$  |
| c. $(1, 2)$ y $(6, 14)$   | g. $(5, -1)$ y $(-3, -5)$ |
| d. $(8, 11)$ y $(15, 35)$ | h. $(-6, 3)$ y $(4, -2)$  |
27. Determine el perímetro del triángulo cuyos vértices son  $A(5, 7)$ ,  $B(1, 10)$  y  $C(-3, -8)$
28. El  $\Delta PQR$  tiene vértices  $P(8, 0)$ ,  $Q(-3, 2)$  y  $R(10, 2)$
- Determine la longitud de cada lado
  - Calcule el área de  $\Delta PQR$
29. El  $\Delta KLM$  tiene vértices  $K(-5, 18)$ ,  $L(10, -2)$  y  $M(-5, -10)$
- Determine su perímetro
  - Determine el área del  $\Delta KLM$
30. Los vértices de un cuadrilátero son  $D(4, -3)$ ,  $E(7, 10)$ ,  $F(-8, 2)$  y  $G(-1, -5)$ . Determine la longitud de cada diagonal.
31. Demuestre que el triángulo cuyos vértices son  $A(2, 3)$ ,  $B(-1, -1)$  y  $C(3, -4)$ , es isósceles.
32. Un triángulo tiene vértices  $G(0, 7)$ ,  $H(5, -5)$  y  $K(10, 7)$ . Determine la longitud de la altura correspondiente al lado más pequeño.

33. Un triángulo tiene vértices  $M(-6,0)$ ,  $P(0,6)$  y  $Q(2,-2)$
- Calcule el perímetro del  $\Delta MPQ$
  - Determine la longitud de la altura correspondiente al lado más largo.
  - Calcule el área del triángulo.
34. Determine los valores de  $b$  tales que el triángulo cuyos vértices son  $(-6,0)$ ,  $(0,6)$  y  $(b,-b)$  sea equilátero.
35. Se dan los puntos  $A(-1,6)$ ,  $B(1,4)$  y  $C(7,2)$ . Determine  $AB$  y  $BC$ . Demuestre que  $B$  está entre  $A$  y  $C$ .
36. Demuestre que si  $D, E$  y  $F$  son los puntos  $(-4,-6)$ ,  $(-1,-2)$  y  $(3,1)$ , respectivamente, entonces  $E$  no está entre  $D$  y  $F$ .
37. Calcule la pendiente de la recta determinada por cada par de puntos dado a continuación:
- $(-5, 7)$  y  $(3, -8)$
  - $(\frac{5}{2}, \frac{4}{3})$  y  $(-\frac{13}{2}, \frac{16}{3})$
  - $(5\sqrt{2}, 6\sqrt{3})$  y  $(\sqrt{8}, \sqrt{12})$
  - $(63, 49)$  y  $(-7, 9)$
  - $(2a, 3b)$  y  $(-a, b)$
  - $(0, n)$  y  $(n, 0)$
38. Los vértices de un triángulo son los puntos  $A(-2,3)$ ,  $B(5,-4)$  y  $C(1,8)$ . Calcule la pendiente de cada lado.
39. Los vértices de un paralelogramo son los puntos  $R(1,4)$ ,  $S(3,2)$ ,  $T(4,6)$  y  $V(2,8)$ . Determine la pendiente de cada lado.
40. Determine la pendiente de cada lado de un cuadrilátero cuyos vértices son los puntos  $A(5,6)$ ,  $B(13,6)$ ,  $C(11,2)$  y  $D(1,2)$ .
41.  $C$  es el punto medio de  $\overline{AB}$ ,  $A$  es el punto  $(-3,-2)$  y  $B$  es el punto  $(2,8)$ . ¿Cuál es la pendiente de  $\overline{BC}$ ?
42. Se dan los puntos  $D(-4,6)$ ,  $E(1,1)$  y  $F(4,-6)$ . Determine la pendiente de  $\overline{DE}$  y  $\overline{EF}$ . ¿Están alineados  $D, E$  y  $F$ ? ¿Por qué?
43. Dibuje un sistema de coordenadas cartesianas y marque el punto  $(2,0)$ . Luego marque otros tres puntos cuyas coordenadas  $x$  sean mayores que 0 y menores que 8, y que estén en la recta de pendiente igual a 2, que pasa por  $(2,0)$ .
44. Una recta tiene pendiente -1 contiene el punto  $(-2,5)$ . ¿Cuál es la coordenada  $y$  de un punto de la recta cuya coordenada  $x$  es 8?