



Universidad de Costa Rica

Escuela de Matemática

Proyecto MATEM

MA0125 Matemática Elemental

<http://matem.emate.ucr.ac.cr/>

Tel.: 2511 4528



Prácticas de álgebra

Elaborado por : Prof. José Ml. Acosta Baltodano

1. Práctica de técnicas de factorización

1.1. Factor común (primera parte)

Factorice, por el método de factor común, cada una de las siguientes expresiones.

1. $a^2 + ab$

2. $x^3 - 4x^4$

3. $2a^2x + 6ax^2$

4. $35m^2n^3 - 70m^3$

5. $4x^2 - 8x + 2$

6. $a^3 - a^2x + ax^2$

7. $a^2b^2c^2 - a^2c^2x^2 + a^2c^2y^2$

8. $93a^3x^2y - 62a^2x^3y^2 - 124a^2x$

9. $2(x - 1) + y(x - 1)$

10. $2x(n - 1) - 3y(n - 1)$

11. $4x(m - n) + n - m$

12. $a^3(a - b + 1) - b^2(a - b + 1)$

13. $x(2a + b + c) - 2a - b - c$

14. $(x + 1)(x - 2) + 3y(x - 2)$

15. $(m + n)(a - 2) + (m - n)(a - 2)$

16. $(x - 3)(x - 4) + (x - 3)(x + 4)$

17. $a(n + 1) - b(n + 1) - n - 1$

18. $(m + n)(m - n) + 3n(m - n)$

19. $7a(x + y - 1) - 3b(x + y - 1)$

1.2. Agrupación

Factorice, por el método de agrupación, cada una de las siguientes expresiones.

1. $a^2 + ab + ax + bx$

2. $am - bm + an - bn$

3. $ax - 2bx - 2ay + 4by$

4. $a^2x^2 - 3bx^2 + a^2y^2 - 3by^2$

5. $3m - 2n - 2nx^4 + 3mx^4$

6. $4a^3 - 1 - a^2 + 4a$

7. $x + x^2 - xy^2 - y^2$

8. $3abx^2 - 2y^2 - 2x^2 + 3aby^2$

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 9. $3a - b^2 + 2b^2x - 6ax$ | 17. $20ax - 5bx - 2by + 8ay$ |
| 10. $4a^3x - 4a^2b + 3bm - 3amx$ | 18. $3 - x^2 + 2abx^2 - 6ab$ |
| 11. $3x^3 - 9ax^2 - x + 3a$ | 19. $a^3 + a^2 + a + 1$ |
| 12. $2a^2x - 5a^2y + 15by - 6bx$ | 20. $3a^2 - 7b^2x + 3ax - 7ab^2$ |
| 13. $2x^2y + 2xz^2 + y^2z^2 + xy^3$ | 21. $3ax - 2by - 2bx - 6a + 3ay + 4b$ |
| 14. $6m - 9n + 21nx - 14mx$ | 22. $a^3 + a + a^2 + 1 + x^2 + a^2x^2$ |
| 15. $n^2x - 5a^2y^2 - n^2y^2 + 5a^2x$ | 23. $3a^3 - 3a^2b + 9ab^2 - a^2 + ab - 3b^2$ |
| 16. $4am^3 - 12amn - m^2 + 3n$ | 24. $2x^3 - nx^2 + 2xz^2 - nz^2 + 3ny^2 - 6xy^2$ |

1.3. Inspección (primera parte)

Factorice, por el método de inspección, cada una de las siguientes expresiones.

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------------|
| 1. $19x - 6x^2 - 14$ | 7. $18mn^2 - 87bmn^2 + 84b^2mn^2$ |
| 2. $264xy - 45y - 315x^2y$ | 8. $145x - 175x^2 - 30$ |
| 3. $60xy^2 + 64xy^3 - 60xy^4$ | 9. $121x^2 - 4$ |
| 4. $20c^2 - 31c + 12$ | 10. $45x - 125x^3$ |
| 5. $99m - 177mx + 60mx^2$ | 11. $\frac{1}{25}m^2 - 64$ |
| 6. $27x^7 + 27x^8 - 84x^9$ | |

1.4. Inspección (segunda parte)

Factorice, por el método de inspección, cada una de las siguientes expresiones.

- | | |
|--|---|
| 1. $y^4 + 1 + 2y^2$ | 10. $(m + n)^2 - 2(a - m)(m + n) + (a - m)^2$ |
| 2. $1 + 49a^2 - 14a$ | 11. $16 - n^2$ |
| 3. $1 - 2a^3 + a^6$ | 12. $25 - 36x^4$ |
| 4. $9b^2 - 30a^2b + 25a^4$ | 13. $100 - x^2y^6$ |
| 5. $a^2 - 24am^2x^2 + 144m^4x^4$ | 14. $25x^2y^4 - 121$ |
| 6. $400x^{10} + 40x^5 + 1$ | 15. $a^2m^4n^6 - 144$ |
| 7. $\frac{1}{25} + \frac{25x^4}{36} - \frac{x^2}{3}$ | 16. $361x^{14} - 1$ |
| 8. $4 - 4(1 - a) + (1 - a)^2$ | 17. $\frac{x^6}{49} - \frac{4a^{10}}{121}$ |
| 9. $(m - n)^2 + 6(m - n) + 9$ | |

1.5. Diferencia y suma de cubos

Factorice, por el método de productos notables, cada una de las siguientes expresiones.

1. $1 - a^3$
2. $m^3 - n^3$
3. $8x^3 - 1$
7. $1 + 343n^3$
8. $a^3b^3 - x^6$
9. $x^3y^6 - 216y^4$
10. $x^9 + y^9$
11. $27m^6 + 343n^9$
4. $x^3 - 27$
5. $64 + a^6$
6. $x^6 - b^9$
12. $(x - y)^3 - 8$
13. $1 - (2a - b)^3$
14. $8a^3 - (a - 1)^3$
15. $(a + 1)^3 + (a - 3)^3$
16. $(x - y)^3 - (x + y)^3$

1.6. Inspección o III fórmula notable

Factorice, por el método de productos notables, cada una de las siguientes polinomios de grado par.

1. $4 - (a + 1)^2$
2. $(m - n)^2 - 16$
3. $(x + 2a)^2 - 4x^2$
4. $(a - b)^2 - (c - d)^2$
5. $(2a - c)^2 - (a + c)^2$
6. $36x^2 - (a + 3x)^2$
7. $(2x - 3)^2 - (x - 5)^2$
8. $m^6 - (m^2 - 1)^2$
9. $100 - (x - y + z)^2$
10. $(2x + 3)^2 - (5x - 1)^2$
11. $4(x + 4)^2 - 49y^2$
12. $36(m + n)^2 - 121(m - n)^2$

1.7. Inspección (tercera parte)

Factorice, por el método de inspección, cada una de las siguientes expresiones.

1. $x^2 - 5x + 6$
2. $x^2 + x - 2$
3. $m^2 + 5m - 14$
4. $x^2 - 6 - x$
5. $c^2 + 5c - 24$
6. $12 - 8n + n^2$
7. $a^2 + 7a - 18$
8. $x^2 - 7x - 30$
9. $20 + a^2 - 21a$
10. $28 + a^2 - 11a$
11. $x^2 + 14x + 13$
12. $m^2 + 13m - 30$
13. $x^2 + 15x + 36$
14. $x^6 - 6x^3 - 7$
15. $x^2y^2 + xy - 12$
16. $(5x)^2 + 13(5x) + 42$

- | | |
|-------------------------------|------------------------------|
| 17. $a^2 - 4ab - 21b^2$ | 29. $y^3 - 2y^2 - 3y$ |
| 18. $5 + 4x - x^2$ | 30. $5c^2 - 25c + 30$ |
| 19. $(2x)^2 - 4(2x) + 3$ | 31. $2a^2 + 5a + 2$ |
| 20. $x^8 + x^4 - 240$ | 32. $4n^2 + n - 33$ |
| 21. $a^4b^4 - 2a^2b^2 - 99$ | 33. $5x^6 + 4x^3 - 12$ |
| 22. $25x^2 - 5(5x) - 84$ | 34. $6a^2x^2 + 5ax - 21$ |
| 23. $x^4y^4 + x^2y^2 - 132$ | 35. $15x^2 - ax - 2a^2$ |
| 24. $x^6 + x^3 - 930$ | 36. $21x^2 - 29xy - 72y^2$ |
| 25. $x^4 + 5abx^2 - 36a^2b^2$ | 37. $7x^6 - 33x^3 - 10$ |
| 26. $21a^2 + 4ax - x^2$ | 38. $5 + 7x^4 - 6x^8$ |
| 27. $2b^3 - 8b^2 - 10b$ | 39. $4x^2 + 7mnx - 15m^2n^2$ |
| 28. $2x^2 + 10x + 12$ | |

1.8. Factor común (segunda parte)

Factorice, por el método de factor común, cada una de las siguientes expresiones.

- | | |
|--|-------------------------------------|
| 1. $48x^2y^3 + 20x^4y^5 - 12x^2y^{10} + 4x^5y^7$ | 5. $(x - 3)x^2 - 5x(3 - x)$ |
| 2. $6m - 9n + 21nx - 14mx$ | 6. $a(n - 2) - 5(2 - n) + 7(n - 2)$ |
| 3. $4am^3 - 12amn - m^2 + 3n$ | 7. $(m + n)(n - m) - 3n(n - m)$ |
| 4. $3ax - 2by - 2bx - 6a + 3ay + 4b$ | |

1.9. Combinación de fórmula notable e inspección

Factorice cada una de las siguientes expresiones.

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| 1. $a^2 + 2ab + b^2 - x^2$ | 9. $1 + 64a^2b^2 - x^4 - 16ab$ |
| 2. $x^2 - 2xy + y^2 - m^2$ | 10. $a^2 - b^2 - 2bc - c^2$ |
| 3. $n^2 + 6n + 9 - c^2$ | 11. $1 - a^2 + 2ax - x^2$ |
| 4. $a^2 + x^2 + 2xa - 4$ | 12. $m^2 - x^2 - 2xy - y^2$ |
| 5. $a^2 + 4 - 4a - 9b^2$ | 13. $c^2 - a^2 + 2a - 1$ |
| 6. $x^2 + 4y^2 - 4xy - 1$ | 14. $9 - n^2 - 25 - 10n$ |
| 7. $4x^2 + 25y^2 - 36 + 20xy$ | 15. $4a^2 - x^2 + 4x - 4$ |
| 8. $9x^2 - 1 + 16a^2 - 24ax$ | 16. $1 - a^2 - 9n^2 - 6an$ |

- | | |
|---|---|
| 17. $25 - x^2 - 16y^2 + 8xy$ | 26. $m^2 - x^2 + 9n^2 + 6mn - 4ax - 4a^2$ |
| 18. $9x^2 - a^2 - 4m^2 + 4am$ | 27. $9x^2 + 4y^2 - a^2 - 12xy - 25b^2 - 10ab$ |
| 19. $16x^2y^2 + 12ab - 4a^2 - 9b^2$ | 28. $2am - x^2 - 9 + a^2 + m^2 - 6x$ |
| 20. $-a^2 + 25m^2 - 1 + 2a$ | 29. $x^2 - 9a^4 + 6a^2b + 1 + 2x - b^2$ |
| 21. $49x^4 - 25x^2 - 9y^2 + 30xy$ | 30. $16a^2 - 1 - 10m + 9x^2 - 24ax - 25m^2$ |
| 22. $a^2 - 2ab + b^2 - c^2 - 2cd - d^2$ | 31. $9m^2 - a^2 + 2acd - c^2d^2 + 100 - 60m$ |
| 23. $x^2 + 2xy + y^2 - m^2 + 2mn - n^2$ | 32. $x^2 - y^2 + 4 + 4x - 1 - 2y$ |
| 24. $a^2 + 4b^2 + 4ab - x^2 - 2ax - a^2$ | 33. $a^2 - 16 - x^2 + 36 + 12a - 8x$ |
| 25. $x^2 + 4a^2 - 4ax - y^2 - 9b^2 + 6by$ | |

1.10. División de polinomios

Aplique el algoritmo de la división en cada caso para determinar el cociente y el residuo.

- | | |
|--|--|
| 1. $(2x^3 - x^2 - 8x - 2) \div (3 + 2x)$ | 4. $(6x^4 + 7x^3 + 32x - 7 + 6x^2) \div (3x^2 + 5x - 2)$ |
| 2. $(4x^3 + 14x - 5 - 9x^2) \div (4x - 1)$ | 5. $(-9 + 6x^3 + 3x^2 - 24x) \div (-3 + 2x)$ |
| 3. $(x^3 + x + 1) \div (x - 1)$ | |

1.11. Utilizando el teorema del factor

Utilice el teorema del factor para factorizar cada una de las siguientes expresiones.

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1. $x^2 - 12x + 2x^3 + 9$ | 13. $x^3 - 6x^2 + 32$ |
| 2. $2x^2 - 13x + x^3 + 10$ | 14. $x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 4x - 4$ |
| 3. $x^3 - 4x^2 + x + 6$ | 15. $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$ |
| 4. $x^3 - 2x^2 - 11x + 12$ | 16. $a^4 - 15a^2 - 10a + 24$ |
| 5. $4x - 24x^2 - 3x^3 + 2x^4 + 48$ | 17. $n^4 - 27n^2 - 14n + 120$ |
| 6. $a^3 - 3a^2 - 4a + 12$ | 18. $x^4 + 6x^3 + 3x + 140$ |
| 7. $m^3 - 12m + 16$ | 19. $8a^4 - 18a^3 - 75a^2 + 46a + 120$ |
| 8. $2x^3 - x^2 - 18x + 9$ | 20. $x^4 - 22x^2 - 75$ |
| 9. $256x + 96x^2 + 16x^3 + x^4 + 256$ | 21. $15x^4 + 94x^3 - 5x^2 - 164x + 60$ |
| 10. $a^3 + a^2 - 13a - 28$ | 22. $x^5 - 21x^3 + 16x^2 + 108x - 144$ |
| 11. $x^3 + 2x^2 + x + 2$ | 23. $a^5 - 23a^3 - 6a^2 + 112a + 96$ |
| 12. $n^3 - 7n + 6$ | 24. $n^5 - 30n^3 - 25n^2 - 36n - 180$ |

2. Práctica de fracciones algebraicas

2.1. Simplificación

Simplifique cada una de las siguientes fracciones algebraicas.

1. $\frac{15a^{12}b^{15}c^{17}}{75c^{23}a^5b^8}$
2. $\frac{17x^3y^4z^6}{34x^7y^{12}}$
3. $\frac{12a^2b^5z^{13}}{48a^7z^{13}c^7}$
4. $\frac{15a^2bn - 45a^2bm}{10a^2b^2n - 30a^2b^2m}$
5. $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2xy + y^2}$
6. $\frac{a^2 - 4ab + 4b^2}{a^3 - 8b^3}$
7. $\frac{(a - x)^3}{a^3 - x^3}$
8. $\frac{a^2 - a - 20}{a^2 - 7a + 10}$
9. $\frac{x^3 + y^3}{(x + y)^3}$
10. $\frac{a^2 - ab - 6b^2}{a^3x - 6a^2bx + 9ab^2x}$
11. $\frac{2ax + ay - 4bx - 2by}{ax - 4a - 2bx + 8b}$
12. $\frac{x^3 + 4x^2 - 21x}{x^3 - 9x}$
13. $\frac{39x^2 - 18x - 15x^3}{75x^3 - 27x}$
14. $\frac{2a^2 + a - 3}{1 - a^3}$
15. $\frac{x^2 - 4x + 4}{4x^2 - x^4}$
16. $\frac{ax^2 - 9a}{3x - 3y - x^2 + xy}$
17. $\frac{(x - n)a - x^2(n - x)}{3ay^2 + 3x^2y^2}$
18. $\frac{x^3(x - 4) + 4x^2(x - 4) + 4x(x - 4)}{x^4 - 2x^3 - 8x^2}$
19. $\frac{(\frac{4}{49}x^3 - 9x)(2x - x^2)}{(\frac{2x}{7} + 3)x^3 - 2x^2(\frac{2x}{7} + 3)}$
20. $\frac{(x - 5)^3}{125 - x^3}$
21. $\frac{2x^3 - 2xy^2 + x^2 - y^2}{2xy^2 + y^2 - 2x^3 - x^2}$
22. $\frac{(4x^2 - 6xy + 9y^2)(2x + 3y)}{8x^3 + 27y^3}$
23. $\frac{84x^3 - 188x^4 - 96x^5}{72x^5 - 392x^3}$
24. $\frac{n + 1 - n^3 - n^2}{n^3 - n - 2n^2 + 2}$
25. $\frac{(x - 2)^2(x^2 + x - 12)}{(2 - x)(3 - x)^2}$
26. $\frac{20 - 13y - 15y^2}{16y - 16 + 5y^2}$
27. $\frac{-48m^2 + 2m + 1}{9m - 2 + 18m^2}$
28. $\frac{3x + x^2 + 3 + x^3}{9x - 3 + 12x^2}$
29. $\frac{160x^3 - 25x^4 - 60x^2}{25x^4 - 4x^2}$
30. $\frac{4x^3 - 4x - x^4 + 16}{22x - 5x^2 - 8}$
31. $\frac{125x^{206} + 343x^{209}}{25x^{206} - 35x^{207} + 49x^{208}}$
32. $\frac{125m^9 + 27x^6y^3}{9mx^5y^4 + 25m^7xy^2 - 15m^4x^3y^3}$

33. $\frac{343m^3 + 8x^3}{12mx^4 - 42m^2x^3 + 147m^3x^2}$
34. $\frac{24x^2 + 18 - 57x}{(6 - 3x)3x + (6 - 3x)}$
35. $\frac{(2 - 5x)^2 + 4x(2 - 5x)^3}{25x^2 + 4 - 20x}$
36. $\frac{63x^{1001} + 9x^{1003} - 48x^{1002}}{49x^{1001} + 9x^{1003} - 42x^{1002}}$
37. $\frac{4x^5 - 15x^3 - 17x^4}{9x^3 + 16x^5 + 24x^4}$
38. $\frac{54y^4 + 1024y^7}{(320y^6 - 45y^4)(64y^2 - 24y + 9)}$
39. $\frac{m - am + n - an}{1 - 3a + 3a^2 - a^3}$
40. $\frac{4a^2 - (x - 3)^2}{(2a + x)^2 - 9}$
41. $\frac{6x^2 + 3}{42x^5 - 9x^3 - 15x}$
42. $\frac{(x^6 - y^6)(x + y)}{(x^3 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)}$
43. $\frac{x^3 + 3x^2 - 4}{x^3 + x^2 - 8x - 12}$
44. $\frac{a^4 + 6a^2 - 7}{a^4 + 8a^2 - 9}$
45. $\frac{x^4 - 8x^2 + 15}{x^4 - 9}$
46. $\frac{(a + b)^2 - (c - d)^2}{(a + c)^2 - (b - d)^2}$
47. $\frac{x^3 + x^2y - 4b^2x - 4b^2y}{4b^2 - 4bx + x^2}$
48. $\frac{8x^4 - xy^3}{4x^4 - 4x^3y + x^2y^2}$
49. $\frac{276xy^2 - 30y^2 - 288x^2y^2}{45y^2 + 21xy^2 - 90x^2y^2}$
50. $\frac{(x^3 - 3x)(x^3 - 1)}{(x^4 + x^3 + x^2)(x^2 - 1)}$
51. $\frac{125x^5 - 8a^3x^2}{(4a^2 - 20ax + 25x^2)(75x^4 + 30ax^3 + 12a^2x^2)}$

2.2. Multiplicaciones, divisiones y combinaciones

1. $\frac{x^2 - 3xy - 10y^2}{x^2 - 2xy - 8y^2} \cdot \frac{x^2 - 16y^2}{x^2 + 4xy} \cdot \frac{x^2 - 6xy}{x + 2y}$
2. $\frac{a^2 + 7a + 10}{a^2 - 6a - 7} \cdot \frac{a^2 - 3a - 4}{a^2 + 2a - 15} \cdot \frac{a^3 - 2a^2 - 3a}{a^2 - 2a - 8}$
3. $\frac{x^4 + 27x}{x^3 - x^2 + x} \cdot \frac{x^4 + x}{x^4 - 3x^3 + 9x^2} \cdot \frac{1}{x(x + 3)^2} \cdot \frac{x^2}{x - 3}$
4. $\frac{(m + n)^2 - x^2}{(m + x)^2 - n^2} \cdot \frac{(m - n)^2 - x^2}{m^2 + mn - mx}$
5. $\frac{(x - y)^3}{x^3 - 1} \cdot \frac{x^2 + x + 1}{(x - y)^2}$
6. $\frac{18yx^2 + 7y - 27yx}{(-6x + 7)(4x^2(1 - 3x) - 14x(1 - 3x) - 49(3x - 1))} \cdot \frac{4x^2 - 28x + 49}{(7 - 2x)} \cdot \frac{8yx^3 + 343y}{4yx^2 - 49y}$
7. $\frac{-y^2 + 2y - 1}{x + 3y - xy - 3}$

$$8. \frac{a^2 - 6a}{a^3 + 3a^2} \div \frac{a^2 + 3a - 54}{a^2 + 9a}$$

$$9. \frac{x^3 + 125}{x^2 - 64} \div \frac{x^3 - 5x^2 + 25x}{x^2 + x - 56}$$

$$10. \frac{8x^2 + 26x + 15}{16x^2 - 9} \div \frac{6x^2 + 13x - 5}{9x^2 - 1}$$

$$11. \frac{a^2 - 5a}{b + b^2} \div \left(\frac{a^2 + 6a - 55}{b^2 - 1} \cdot \frac{ax + 3a}{ab^2 + 11b^2} \right)$$

$$12. \frac{(a + b)^2 - c^2}{(a - b)^2 - c^2} \cdot \frac{(a + c)^2 - b^2}{a^2 + ab - ac} \div \frac{a + b + c}{a^2}$$

$$13. \frac{(a^2 - ax)^2}{a^2 + x^2} \cdot \frac{1}{a^3 + a^2x} \div \left(\frac{a^3 - a^2x}{a^2 + 2ax + x^2} \cdot \frac{a^2 - x^2}{a^3 + ax^2} \right)$$

$$14. \frac{(a^2 - 3a)^2}{9 - a^2} \cdot \frac{27 - a^3}{(a + 3)^2 - 3a} \div \frac{a^4 - 9a^2}{(a^2 + 3a)^2}$$

3. Respuestas de la práctica 1

3.1. Respuestas de la sección 1.1

- | | |
|----------------------------------|------------------------------|
| 1. $a(a + b)$ | 11. $(m - n)(4x - 1)$ |
| 2. $x^3(1 - 4x)$ | 12. $(b - a - 1)(b^2 - a^3)$ |
| 3. $2xa(a + 3x)$ | 13. $(2a + b + c)(x - 1)$ |
| 4. $35m^2(n^3 - 2m)$ | 14. $(x - 2)(x + 3y + 1)$ |
| 5. $2(2x^2 - 4x + 1)$ | 15. $2m(a - 2)$ |
| 6. $a(a^2 - ax + x^2)$ | 16. $2x(x - 3)$ |
| 7. $c^2a^2(b^2 - x^2 + y^2)$ | 17. $-(b - a + 1)(n + 1)$ |
| 8. $-31xa^2(2x^2y^2 - 3axy + 4)$ | 18. $(m - n)(m + 4n)$ |
| 9. $(x - 1)(y + 2)$ | 19. $(3b - 7a)(1 - y - x)$ |
| 10. $(2x - 3y)(n - 1)$ | |

3.2. Respuestas de la sección 1.2

- | | |
|-----------------------|----------------------------|
| 1. $(a + b)(a + x)$ | 4. $(x^2 + y^2)(a^2 - 3b)$ |
| 2. $(m + n)(a - b)$ | 5. $(x^4 + 1)(3m - 2n)$ |
| 3. $(2y - x)(2b - a)$ | 6. $(4a - 1)(a^2 + 1)$ |

- | | |
|-----------------------------|----------------------------------|
| 7. $(x + 1)(x - y^2)$ | 16. $(m^2 - 3n)(4am - 1)$ |
| 8. $(x^2 + y^2)(3ab - 2)$ | 17. $-(5x + 2y)(b - 4a)$ |
| 9. $(b^2 - 3a)(2x - 1)$ | 18. $(x^2 - 3)(2ab - 1)$ |
| 10. $(4a^2 - 3m)(ax - b)$ | 19. $(a + 1)(a^2 + 1)$ |
| 11. $(3x^2 - 1)(x - 3a)$ | 20. $(3a - 7b^2)(a + x)$ |
| 12. $(a^2 - 3b)(2x - 5y)$ | 21. $(3a - 2b)(x + y - 2)$ |
| 13. $(2x + y^2)(xy + z^2)$ | 22. $(a^2 + 1)(a + x^2 + 1)$ |
| 14. $(3n - 2m)(7x - 3)$ | 23. $(3a - 1)(a^2 - ab + 3b^2)$ |
| 15. $(5a^2 + n^2)(x - y^2)$ | 24. $(x^2 - 3y^2 + z^2)(2x - n)$ |

3.3. Respuestas de la sección 1.3

- | | |
|-----------------------------|--|
| 1. $(x - 2)(-6x + 7)$ | 7. $(-7b + 2)(3 - 4b)3n^2m$ |
| 2. $(-21x + 5)(5x - 3)3y$ | 8. $(5x - 2)(-7x + 3)5$ |
| 3. $4xy^2(5y + 3)(-3y + 5)$ | 9. $(11x - 2)(11x + 2)$ |
| 4. $(-4c + 3)(4 - 5c)$ | 10. $(-5x + 3)(5x + 3)5x$ |
| 5. $(-4x + 3)(11 - 5x)3m$ | 11. $\left(\frac{1}{5}m - 8\right)\left(\frac{1}{5}m + 8\right)$ |
| 6. $(7x + 3)(-4x + 3)3x^7$ | |

3.4. Respuestas de la sección 1.4

- | | |
|--|--|
| 1. $(y^2 + 1)^2$ | 10. $(2m - a + n)^2$ |
| 2. $(7a - 1)^2$ | 11. $(4 - n)(n + 4)$ |
| 3. $(a - 1)^2(a + a^2 + 1)^2$ | 12. $(5 - 6x^2)(6x^2 + 5)$ |
| 4. $(3b - 5a^2)^2$ | 13. $(10 - xy^3)(xy^3 + 10)$ |
| 5. $(a - 12m^2x^2)^2$ | 14. $(5xy^2 - 11)(5xy^2 + 11)$ |
| 6. $(20x^5 + 1)^2$ | 15. $(am^2n^3 - 12)(am^2n^3 + 12)$ |
| 7. $\left(\frac{1}{5} - \frac{5}{6}x^2\right)^2$ | 16. $(19x^7 - 1)(19x^7 + 1)$ |
| 8. $(a + 1)^2$ | 17. $\left(\frac{x^3}{7} + \frac{2a^5}{11}\right)\left(\frac{x^3}{7} - \frac{2a^5}{11}\right)$ |
| 9. $(n - m - 3)^2$ | |

3.5. Respuestas de la sección 1.5

1. $(1 - a)(a + a^2 + 1)$
2. $(m - n)(mn + m^2 + n^2)$
3. $(2x - 1)(2x + 4x^2 + 1)$
4. $(x - 3)(3x + x^2 + 9)$
5. $(a^4 - 4a^2 + 16)(a^2 + 4)$
6. $(x^2 - b^3)(b^6 + x^4 + b^3x^2)$
7. $(49n^2 - 7n + 1)(7n + 1)$
8. $(ab - x^2)(x^4 + abx^2 + a^2b^2)$
9. $y^4(x^3y^2 - 216)$
10. $(x^6 + y^6 - x^3y^3)(x^2 - xy + y^2)(x + y)$
11. $(9m^4 + 49n^6 - 21m^2n^3)(3m^2 + 7n^3)$
12. $-(y - x + 2)(2x - 2y - 2xy + x^2 + y^2 + 4)$
13. $(b - 2a + 1)(2a - b - 4ab + 4a^2 + b^2 + 1)$
14. $(a + 1)(7a^2 - 4a + 1)$
15. $2(a - 1)(a^2 - 2a + 13)$
16. $-2y(3x^2 + y^2)$

3.6. Respuestas de la sección 1.6

1. $(a + 3)(1 - a)$
2. $(n - m - 4)(n - m + 4)$
3. $(2a - x)(2a + 3x)$
4. $(a - b + c - d)(a - b - c + d)$
5. $-3a(2c - a)$
6. $(3x - a)(a + 9x)$
7. $(x + 2)(3x - 8)$
8. $(m^3 - m^2 + 1)(m^2 + m^3 - 1)$
9. $(x - y + z + 10)(y - x - z + 10)$
10. $(7x + 2)(4 - 3x)$
11. $(2x - 7y + 8)(2x + 7y + 8)$
12. $(5n - 17m)(5m - 17n)$

3.7. Respuestas de la sección 1.7

1. $(x - 2)(x - 3)$
2. $(x + 2)(x - 1)$
3. $(m + 7)(m - 2)$
4. $(x + 2)(x - 3)$
5. $(c + 8)(c - 3)$
6. $(n - 2)(n - 6)$
7. $(a + 9)(a - 2)$
8. $(x + 3)(x - 10)$
9. $(a - 1)(a - 20)$
10. $(a - 4)(a - 7)$
11. $(x + 13)(x + 1)$
12. $(m + 15)(m - 2)$
13. $(x + 12)(x + 3)$
14. $(x + 1)(x^3 - 7)(x^2 - x + 1)$
15. $(xy - 3)(xy + 4)$
16. $(5x + 7)(5x + 6)$
17. $(a - 7b)(a + 3b)$
18. $(x + 1)(5 - x)$
19. $(2x - 1)(2x - 3)$
20. $(x^4 + 16)(x^4 - 15)$

- | | |
|----------------------------------|----------------------------|
| 21. $(a^2b^2 - 11)(a^2b^2 + 9)$ | 31. $(a + 2)(2a + 1)$ |
| 22. $(5x + 7)(5x - 12)$ | 32. $(n + 3)(4n - 11)$ |
| 23. $(x^2y^2 + 12)(x^2y^2 - 11)$ | 33. $(5x^3 - 6)(x^3 + 2)$ |
| 24. $(x^3 - 30)(x^3 + 31)$ | 34. $(2ax - 3)(3ax + 7)$ |
| 25. $-(9ab + x^2)(4ab - x^2)$ | 35. $(5x - 2a)(a + 3x)$ |
| 26. $(7a - x)(3a + x)$ | 36. $(3x - 8y)(7x + 9y)$ |
| 27. $2b(b + 1)(b - 5)$ | 37. $(7x^3 + 2)(x^3 - 5)$ |
| 28. $2(x + 3)(x + 2)$ | 38. $(5 - 3x^4)(2x^4 + 1)$ |
| 29. $y(y + 1)(y - 3)$ | 39. $(x + 3mn)(4x - 5mn)$ |
| 30. $5(c - 2)(c - 3)$ | |

3.8. Respuestas de la sección 1.8

- | | |
|---|----------------------|
| 1. $-4y^3x^2(3y^7 - 5x^2y^2 - x^3y^4 - 12)$ | 5. $x(x + 5)(x - 3)$ |
| 2. $(3n - 2m)(7x - 3)$ | 6. $(a + 12)(n - 2)$ |
| 3. $(m^2 - 3n)(4am - 1)$ | 7. $(m - n)(2n - m)$ |
| 4. $(3a - 2b)(x + y - 2)$ | |

3.9. Respuestas de la sección 1.9

- | | |
|-------------------------------------|---|
| 1. $(a + b - x)(a + b + x)$ | 13. $(c - a + 1)(a + c - 1)$ |
| 2. $-(m + x - y)(m - x + y)$ | 14. $-(n + 8)(n + 2)$ |
| 3. $(n - c + 3)(c + n + 3)$ | 15. $(2a - x + 2)(2a + x - 2)$ |
| 4. $(a + x - 2)(a + x + 2)$ | 16. $(1 - 3n - a)(a + 3n + 1)$ |
| 5. $(3b - a + 2)(2 - 3b - a)$ | 17. $(x - 4y + 5)(4y - x + 5)$ |
| 6. $(2y - x - 1)(2y - x + 1)$ | 18. $(a - 2m + 3x)(2m - a + 3x)$ |
| 7. $(2x + 5y - 6)(2x + 5y + 6)$ | 19. $(2a - 3b + 4xy)(3b - 2a + 4xy)$ |
| 8. $(3x - 4a - 1)(3x - 4a + 1)$ | 20. $(5m - a + 1)(a + 5m - 1)$ |
| 9. $(8ab - x^2 - 1)(8ab + x^2 - 1)$ | 21. $-(3y - 5x - 7x^2)(3y - 5x + 7x^2)$ |
| 10. $(a - b - c)(a + b + c)$ | 22. $(a - b - c - d)(a - b + c + d)$ |
| 11. $(a - x + 1)(x - a + 1)$ | 23. $(n - m + x + y)(m - n + x + y)$ |
| 12. $(m - x - y)(m + x + y)$ | 24. $(x - 2b)(-2a - 2b - x)$ |

25. $(2a - 3b - x + y)(2a + 3b - x - y)$ 30. $(3x - 5m - 4a - 1)(5m - 4a + 3x + 1)$
 26. $(m - 2a + 3n - x)(2a + m + 3n + x)$ 31. $(cd - 3m - a + 10)(a - 3m - cd + 10)$
 27. $(a + 5b - 3x + 2y)(2y - 5b - 3x - a)$ 32. $(x - y + 1)(x + y + 3)$
 28. $(a + m + x + 3)(a + m - x - 3)$ 33. $(a - x + 2)(a + x + 10)$
 29. $(3a^2 - x - b - 1)(b - x - 3a^2 - 1)$

3.10. Respuestas de la sección 1.10

N.º	Cociente	Residuo	N.º	Cociente	Residuo
1.	$x^2 - 2x - 1$	1	4.	$3x^2 + 6x - 3$	-18
2.	$x^2 - 2x + 3$	-2	5.	$x^2 + x + 2$	3
3.	$2x^2 - x + 5$	$5x + 3$			

3.11. Respuestas de la sección 1.11

1. $(x + 3)(-2x + 3)(1 - x)$ 13. $(x + 2)(x - 4)^2$
 2. $(x - 1)(x + 5)(x - 2)$ 14. $(x - 1)(x + 1)(x - 2)^2$
 3. $(x - 2)(x - 3)(x + 1)$ 15. $(x - 2)(x - 4)(x + 3)(x + 1)$
 4. $(x + 3)(x - 1)(x - 4)$ 16. $(a - 1)(a + 3)(a + 2)(a - 4)$
 5. $(2x - 3)(x - 4)(x + 2)^2$ 17. $(n - 2)(n + 4)(n + 3)(n - 5)$
 6. $(a - 3)(a + 2)(a - 2)$ 18. $(x + 4)(x + 5)(x^2 - 3x + 7)$
 7. $(m + 4)(m - 2)^2$ 19. $(4a + 5)(a - 4)(2a - 3)(a + 2)$
 8. $(x - 3)(2x - 1)(x + 3)$ 20. $(x - 5)(x + 5)(x^2 + 3)$
 9. $(x + 4)^4$ 21. $(x - 1)(3x + 5)(x + 6)(5x - 2)$
 10. $(a - 4)(5a + a^2 + 7)$ 22. $(x + 4)(x + 3)(x - 3)(x - 2)^2$
 11. $(x + 2)(x^2 + 1)$ 23. $(a - 3)(a - 4)(a + 4)(a + 2)(a + 1)$
 12. $(n + 3)(n - 1)(n - 2)$ 24. $(n + 5)(n - 6)(n + 2)(n^2 - n + 3)$

4. Respuestas de la sección 2

4.1. Respuestas de la sección 2.1

1. $\frac{a^7 b^7}{5c^6}$
2. $\frac{z^6}{2x^4 y^8}$
3. $\frac{b^5}{4a^5 c^7}$
4. $\frac{3}{2b}$
5. $\frac{x-y}{x+y}$
6. $\frac{a-2b}{2ab+a^2+4b^2}$
7. $\frac{a^2-2ax+x^2}{ax+a^2+x^2}$
8. $\frac{a+4}{a-2}$
9. $\frac{x^2-xy+y^2}{2xy+x^2+y^2}$
29. $\frac{30-5x}{5x+2}$
30. $\frac{x^3+4}{5x-2}$
31. $7x+5$
32. $\frac{5m^3+3x^2y}{mxy^2}$
33. $\frac{7m+2x}{3mx^2}$
34. $\frac{3-8x}{3x+1}$
35. $8x-20x^2+1$
36. $\frac{3x-9}{3x-7}$
37. $\frac{1}{15x-6a}$
10. $\frac{-a-2b}{3abx-a^2x}$
11. $\frac{2x+y}{x-4}$
12. $\frac{x+7}{x+3}$
13. $\frac{2-x}{5x+3}$
14. $\frac{-2a-3}{a+a^2+1}$
15. $\frac{2-x}{2x^2+x^3}$
16. $\frac{3a+ax}{y-x}$
17. $\frac{x-n}{3y^2}$
18. $\frac{x+2}{x}$
38. $\frac{x-5}{4x+3}$
39. $\frac{2}{40y-15}$
40. $\frac{m+n}{a^2-2a+1}$
41. $\frac{2a-x+3}{2a+x+3}$
42. $\frac{1}{7x^3-5x}$
43. $\frac{x^3+y^3}{x^2+y^2}$
44. $\frac{x-1}{x-3}$
45. $\frac{a^2+7}{a^2+9}$
19. $3-\frac{2}{7}x$
20. $\frac{10x-x^2-25}{5x+x^2+25}$
21. -1
22. 1
23. $\frac{3-8x}{6x-14}$
24. $\frac{1+n}{2-n}$
25. $\frac{8-x^2-2x}{x-3}$
26. $\frac{-3y-5}{y+4}$
27. $\frac{-8m-1}{3m+2}$
28. $\frac{x^2+3}{12x-3}$
46. $\frac{x^2-5}{x^2+3}$
47. $\frac{a+b-c+d}{a-b+c+d}$
48. $\frac{2bx+2by+xy+x^2}{x-2b}$
49. $\frac{-2xy-4x^2-y^2}{xy-2x^2}$
50. $\frac{16x-2}{5x+3}$
51. $\frac{x^2-3}{x+x^2}$

4.2. Respuestas de la sección 2.2

1.
$$\frac{x^2 - 11xy + 30y^2}{x + 2y}$$

2.
$$\frac{a + a^2}{a - 7}$$

3.
$$\frac{x + 1}{x^2 - 9}$$

4.
$$\frac{m - n - x}{m}$$

5.
$$\frac{x - y}{x - 1}$$

6.
$$-y$$

7.
$$\frac{y - 1}{x - 3}$$

8.
$$\frac{1}{a + 3}$$

9.
$$\frac{x^2 - 2x - 35}{x^2 - 8x}$$

10.
$$\frac{3x + 1}{4x - 3}$$

11.
$$\frac{b^2 - b}{x + 3}$$

12.
$$\frac{ab + ac + a^2}{a - b - c}$$

13.
$$\frac{1}{a}$$

14.
$$a^3 - 3a^2$$

Referencias

- [1] Sancho, Lizethn y Blanco, Randall (2010). Matemática para la enseñanza media. Serie Cabécar. SIEDIN, UCR.
- [2] Swokowski, Earl (1986). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. Segunda edición. Grupo editorial Iberoamérica.
- [3] Weber, Jean (1984). Matemáticas para la administración y la economía. Cuarta edición.