



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática



MATEM

Matemática Para la Enseñanza Media

Precálculo

II Examen Parcial 2020

Nombre: _____

Colegio: _____

Fórmula: 1

Sábado 26 de setiembre

Dado que la prueba se aplicó en versión digital, basada en un banco de ítems, lo que se presenta acá es una de las miles de versiones que el sistema genera aleatoriamente.

Selección única

1. Si el dominio de una función f tiene 2020 elementos, con certeza, el ámbito de f **no** puede tener

- A) 1 elemento.
- B) 2019 elementos.
- C) 2020 elementos.
- D) 2021 elementos.

2. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + 1}$ y analice las siguientes proposiciones:

I. 1 tiene dos preimágenes.

II. El corte de la gráfica de f con el eje X es $\left(\frac{-1}{2}, 0\right)$.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

3. Considere la función $f : W \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x-4}}$. ¿Cuál de los siguientes conjuntos NO puede ser W ?

- A) $]5, 6[$
- B) $[5, +\infty[$
- C) $[4, +\infty[$
- D) $]5, +\infty[$

4. Considere una función definida en su dominio máximo y de criterio $f(x) = \frac{ax-2}{x^2-a}$. Si $(2, 4)$ pertenece al gráfico de f , entonces el valor de a es igual a

- A) 3
- B) $\frac{7}{6}$
- C) -3
- D) $\frac{-11}{6}$

5. Si f es la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 1$, entonces, $f(a+2) - f(a-2)$ es igual a
- A) $8a$
 - B) $8a - 1$
 - C) $8a + 16$
 - D) $2a^2 + 16$
6. Considere la función $f : M \rightarrow N$, $f(x) = \frac{x-7}{\sqrt{2-x}-3}$ definida en su dominio máximo. ¿Cuál de los siguientes conjuntos es igual a M ?
- A) $]-\infty, 2]$
 - B) $]-\infty, 2[$
 - C) $]-\infty, 2] - \{-7\}$
 - D) $]-\infty, 2] - \{7\}$
7. Si x es la medida del lado de un cuadrado y A es el área de dicho cuadrado, entonces el perímetro de dicho cuadrado en función de su área es igual a
- A) $4\sqrt{A}$
 - B) $2\sqrt{A}$
 - C) $4A$
 - D) $4A^2$

8. Considere la función $f : [2, 7] \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = -3x + 9$. Si J es el conjunto de todas las preimágenes con imágenes negativas, entonces J es igual a

- A) $[2, 3[$
- B) $]3, 7]$
- C) $] -\infty, 3[$
- D) $]3, +\infty[$

9. Considere la función $f :]0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4 - \frac{2x}{5}$ y analice las siguientes proposiciones:

I. La gráfica de f corta al eje x en $(10, 0)$.

II. La gráfica de f corta al eje y en $(0, 4)$.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

10. Una función $f : [-2, 3] \rightarrow [-4, 5]$, $f(x) = px + q$ tiene ámbito igual al codominio. Si f es decreciente, el valor de p es igual a

A) $\frac{-9}{5}$

B) -1

C) $\frac{9}{5}$

D) $\frac{5}{9}$

11. Considere la función $f : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 3)^2$. El ámbito de f es

A) $[0, +\infty[$

B) $[1, 16]$

C) $[-1, 16]$

D) $[0, 16]$

12. Considere una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = ax^2 + bx + c$ cuyo vértice es el punto de coordenadas (m, n) donde $m > 0$ y $n < 0$. Entonces NO es posible que suceda

A) $c > 0$ y $a > 0$

B) $c < 0$ y $a < 0$

C) $c = 0$ y $a > 0$

D) $c = 0$ y $a < 0$

13. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{-x^2}{2} + 1$ y analice las siguientes proposiciones:

I. El ámbito de f es $]-\infty, 1]$

II. f es creciente en $]-\infty, 0]$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

14. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = (e - 1)^x$ y analice las siguientes proposiciones:

I. f es creciente

II. 0 es la preimagen de $e - 1$.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son, con certeza verdaderas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

15. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 \cdot (2^x - 1)$. ¿Cuál es la ecuación de la asíntota de la gráfica de f ?

A) $y = 3$

B) $y = -3$

C) $y = -1$

D) $y = 1$

16. ¿Cuál es el ámbito de la función $f : [-1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5^{-x} + 2$?

A) $]2, +\infty[$

B) $] -\infty, 2[$

C) $]2, 7]$

D) $] -1, 7]$

17. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$. Analice las siguientes proposiciones:

I. La gráfica de f corta al eje X .

II. f es decreciente.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas.
- D) Ninguna.

18. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = a \cdot 2^x + b$ con ámbito $]-\infty, 7[$. Analice las siguientes proposiciones:

I. El corte con el eje Y es $(0, 8)$.

II. f es creciente.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son, **con certeza**, verdaderas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

19. Considere la función biyectiva g . Se sabe que $g(3) = 7$ y $g(-2) = 4$. Analice las siguientes proposiciones:

I. $(g^{-1} \circ g)(3) + g^{-1}(7) = 6$

II. $g^{-1}(7) + g^{-1}(4) = 1$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son con certeza ciertas?

- A) Solo la I
B) Solo la II
C) Ambas
D) Ninguna
20. Si $(2, 3)$ y $(0, -1)$ pertenecen al gráfico de una función lineal $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Entonces la gráfica de f^{-1}

- A) interseca al eje X en $(1, 0)$.
B) interseca al eje Y en $(0, -1)$.
C) estrictamente creciente.
D) estrictamente decreciente.

21. ¿Cuál es el criterio de la función inversa de $f :]-\infty, -1] \rightarrow]-\infty, 3]$, con $f(x) = 4 - x^2$?

- A) $f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x}$
B) $f^{-1}(x) = \sqrt{x} - 2$
C) $f^{-1}(x) = \sqrt{4 - x}$
D) $f^{-1}(x) = -\sqrt{4 - x}$

22. Sea $b > 0$, $b \neq 1$ y la función con criterio $f(x) = \log_b x$ definida en su dominio máximo. Se sabe que $f(19) > f(20)$. Analice las siguientes proposiciones:

I. Si $x > 21$ entonces $f(x) > 0$.

II. Un posible valor de b es $\frac{20}{19}$.

¿Cuáles de las anteriores proposiciones son verdaderas?

- A) Solo la I
B) Solo la II
C) Ambas
D) Ninguna

23. Si $a > 0$, $a \neq 1$, el dominio máximo de la función con criterio $f(x) = \log_a(x) - 3$ corresponde a
- A) \mathbb{R}
 - B) \mathbb{R}^+
 - C) $[0, +\infty[$
 - D) $[3, +\infty[$
24. Considere la función biyectiva t con criterio $t(x) = \log_2(x + 1)$. Analice las siguientes proposiciones:
- I. La gráfica de t^{-1} es cóncava hacia abajo.
 - II. La asíntota horizontal de t^{-1} es $y = -1$.
- ¿Cuáles de las anteriores proposiciones son verdaderas?
- A) Solo la I
 - B) Solo la II
 - C) Ambas
 - D) Ninguna
25. Sea $m > 3$. Considere la función r definida en su dominio máximo y criterio $r(x) = \log_m(x)$. Con certeza se cumple que
- A) $r(5)$ es negativo.
 - B) $r(10)$ es positivo.
 - C) $r(2) > r(3)$
 - D) La gráfica de r es cóncava hacia arriba.

26. Considere la función r definida en su dominio máximo y criterio $r(x) = \ln(x+1)$. Analice las siguientes afirmaciones:

- I. El ámbito de r es $[-1, +\infty[$.
- II. r interseca al eje Y en $(0, 0)$.

¿Cuáles de las afirmaciones anteriores son con certeza ciertas?

- A) Solo la I
- B) Solo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

27. Si se sabe que $\log_3 b = 4$, entonces el valor numérico de $\log_3 \left(\frac{9}{\sqrt{b}} \right)$ corresponde a

- A) -2
- B) 0
- C) 1
- D) 81

28. La expresión $\log_2 \left(\frac{2a-2}{a^2+a} \right)$ es equivalente a

- A) $\log_2(a-1) - \log_2 a + \log_2(a+1)^{-1}$
- B) $\log_2(a-1) - \log_2 a - \log_2(a+1)^{-1} + 1$
- C) $\log_2(a-1) - \log_2 a - \log_2(a+1)^{-1}$
- D) $\log_2(a-1) - \log_2 a + \log_2(a+1)^{-1} + 1$

29. La expresión $\log_a(xy) - \log_a(x^2y^2) + \log_a x$ es equivalente a

A) $\log_a(y)$

B) $-\log_a(y)$

C) $\log_a\left(\frac{1}{xy}\right)$

D) $\log_a(x^2y)$

30. Analice las siguientes afirmaciones:

I. $(\log_a b)^2 = 2 \log_b a$

II. $\log_5(5^x) = x$

¿Cuáles de las afirmaciones anteriores son con certeza ciertas?

A) Solo la I

B) Solo la II

C) Ambas

D) Ninguna

31. Sea $a > 1$. Considere la función $t :] - \infty, -2[\rightarrow \mathbb{R}$, con $t(x) = \log_a(x^2 - x - 6) - \log_a 6$. Una intersección de la gráfica de t con el eje X es

A) $(-6, 0)$

B) $(-4, 0)$

C) $(-3, 0)$

D) $(4, 0)$

32. Sea $a > 1$. Para que la expresión $\log_4(a - 1) + \log_4(a + 1)$ sea igual a 1 se debe cumplir que

A) $a - 1 = \frac{4}{a + 1}$

B) $a - 1 = \frac{-4}{a + 1}$

C) $a - 1 = -(a + 1)$

D) $a^2 - 1 = 1$

33. La ecuación $2^{x-3} = 5^x$ es equivalente a

A) $x - 3 = x$

B) $x - 3 = \log_2 5^x$

C) $\ln 2^{x-3} = x$

D) $\log_2 5^{x-3} = x$

34. Sea c es un número que pertenece al conjunto solución de la ecuación $\ln(\log_5(x^2 - 2x - 3)) = 0$. ¿Cuál de las siguientes expresiones es verdadera?

A) $c + 1 = 3$

B) $\frac{2}{c} = -1$

C) $3c = -12$

D) $-2c = -4$

35. Sea $m > 0$, $m \neq 1$. El conjunto solución de la ecuación

$$(m^x - \sqrt[3]{m}) \left(\frac{1}{m^{3x}} - m \right) = 0$$

A) tiene solución única.

B) tiene dos soluciones positivas distintas.

C) tiene una solución positiva y una solución negativa.

D) no tiene soluciones.

I Examen parcial 2020- Respuestas

Selección única

1. D	10. A	19. C	28. D
2. C	11. D	20. C	29. B
3. C	12. D	21. D	30. B
4. A	13. C	22. D	31. C
5. A	14. A	23. B	32. A
6. C	15. B	24. B	33. B
7. A	16. C	25. B	34. B
8. B	17. A	26. B	35. C
9. D	18. D	27. B	