



PRIMER EXAMEN PARCIAL

CÁLCULO

28 de abril de 2018

INSTRUCCIONES GENERALES:

- Lea cuidadosamente, cada instrucción y pregunta, antes de contestar.
- Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra indeleble para resolver este examen.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **respuesta o procedimiento** está **desordenado, éste no se calificará.**
- Recuerde que sólo puede utilizar calculadora que únicamente efectúe las operaciones básicas. No se permite el uso de calculadora científica de ningún tipo.
- La prueba debe resolverse individualmente.
- **Este examen consta de tres partes: Selección única, Respuesta breve y Desarrollo, para un total de 72 puntos**
- **El tiempo disponible para resolver la prueba es de tres horas.**

I Parte. Selección única. Marque una equis (X) sobre la letra que antecede a la única respuesta correcta. Posteriormente escriba el número de ítem con su respectiva elección en su cuaderno de examen. (5 puntos, un punto cada respuesta correcta).

1. Sea $f(x) = 3$ entonces $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{f(x)}{3} \right]$ es igual a

- (A) 1
- (B) 3
- (C) $-\infty$
- (D) $+\infty$

2. Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = c$, c una constante y $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$. Considere las siguientes proposiciones:

- I. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)]$ no existe
II. $f(2018) = c$

Con base en la información, con certeza ¿cuál o cuáles de ellas se cumplen?

- (A) Ambas
(B) Ninguna
(C) Solamente I
(D) Solamente II

Con base en la siguiente información, conteste los ítems 3 y 4.

Sean las funciones f y g , definidas en su máximo dominio, tales que,

$$f(x) = x^2 + 4x - 1 \quad \text{y} \quad g(x) = \frac{1}{x-3}$$

3. ¿Cuál es el valor del $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - 2g(x)]$?

- (A) -1
(B) 2
(C) 3
(D) 5

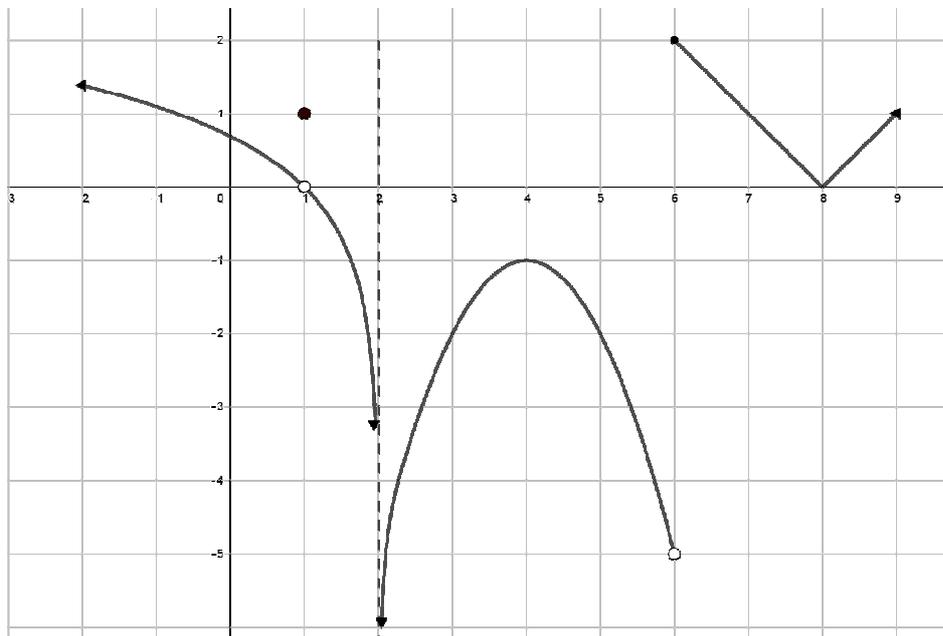
4. El $\lim_{x \rightarrow 3^+} [(x-3)g(x)]$ tiende a

- (A) $-\infty$
(B) $+\infty$
(C) 0
(D) 1

5. El valor de la constante k para que el $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - k}{2x^2 + 3}$ exista, corresponde a

- (A) solamente un número real.
(B) dos números reales distintos.
(C) cualquier número real.
(D) ningún número real.

II Parte. Respuesta Breve. La siguiente figura corresponde a la gráfica de $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$.
 Conteste en su cuaderno de examen lo que se le solicita. (10 puntos, un punto cada respuesta correcta)



- (a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ _____
- (b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ _____
- (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ _____
- (d) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ _____
- (e) $f'(4)$ _____
- (f) ¿Existe $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$? Justifique. _____
- (g) ¿Cuál es un valor del dominio donde existe una discontinuidad evitable? _____
- (h) ¿Cuál es un valor del dominio donde existe una discontinuidad inevitable? _____
- (i) ¿Cuál es un valor del dominio donde la función no es derivable? _____
- (j) ¿Cuál es un valor del dominio donde $f'(x) = 0$? _____

III Parte. Desarrollo. Debe escribir en su cuaderno de examen todos los procedimientos que justifiquen su respuesta.

1. Calcule los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{(x+3)^2}}{x^4 - 81} \quad (5 \text{ puntos})$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x - 3} \quad (3 \text{ puntos})$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{sen} x - \cos x}{\cos(2x)} \quad (5 \text{ puntos})$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x - 1} + x \right) \quad (5 \text{ puntos})$$

2. Considere la función f definida en su máximo dominio, tal que

$$f(x) = \begin{cases} ax & x \leq 2 \\ bx + 2 & 2 < x < 5 \\ -x^2 & x \geq 5 \end{cases}$$

Determine los valores de a y b para que la función f sea continua en \mathbb{R} . (7 puntos)

3. Considere la función f definida en su máximo dominio, tal que

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

a) Demostrar la continuidad de la función f en $x = 0$. (3 puntos)

b) Demostrar que la función f tiene derivada en $x = 0$. (3 puntos)

4. Considere la función f definida en su máximo dominio, tal que $f(x) = \frac{x+2}{x^2-3x+2}$

Determine si f posee asíntotas verticales u horizontales. De ser así, escriba la ecuación de cada una de ellas. (7 puntos)

5. En cada caso calcule la primera derivada de f , no debe simplificar.

$$(a) f(x) = \sec^2[\cos(x^2 - 3x) + e^{2x}] \quad (5 \text{ puntos})$$

$$(b) f(x) = \sqrt[3]{\frac{1 - \tan(x)}{1 + e^{5x}}} \quad (5 \text{ puntos})$$

6. Determine la o las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $y = \frac{x-1}{x+1}$, que sean paralelas a la recta $2y = x + 1$. (8 puntos)